

Angel Rufz Zúñiga

LAS ONTOLOGIAS DE GOTTLOB FREGE

Summary: (The Ontologies of Gottlob Frege). In this paper we intend to make an incursion into the ontologies: object-function and Gedanke-object-idea, which Frege raised in different moments of his intellectual life. It is established the Platonism as the best theoretical frame to apprehend the ontological ideas of Frege. At the same time I make an epistemological critique of the categories he used.

In the second ontology it is established the importance of the notion Gedanke in the definition of an analytical "Third World", upon which is built the essential core of the realist conception of Frege.

Resumen: En este trabajo nos proponemos hacer una incursión en las ontologías objeto-función y Gedanke-objeto-idea que Frege planteó en diferentes momentos de su vida intelectual. Se establece el platonismo como el mejor marco teórico para aprehender las ideas ontológicas de Frege. Al mismo tiempo se realiza una crítica epistemológica de las categorías empleadas;

En la segunda ontología se pone de manifiesto la importancia de la noción Gedanke en la definición de un "tercer mundo" analítico, a partir del cual se edifica lo esencial de la concepción realista de Frege.

La ontología de Frege ha sido de una manera tradicional considerada inscrita en el platonismo, con un menor o un mayor "radicalismo". Se trata de una visión que algunos autores encuentran en todos sus escritos (1). Otros sólo en la parte final de ellos (2). Algunos piensan que la interpretación es errónea del todo (3). Es claro que sea cual sea la interpretación escogida eso tiene implicaciones en

el análisis de la filosofía de la matemática fregeana. Es conveniente entonces proceder a recorrer las principales distinciones establecidas por Frege, vinculadas a consideraciones ontológicas, que jugaron en diferentes etapas de su vida papeles centrales en su reflexión: objeto-función, objeto-idea-gedanke*. No son distinciones contradictorias, ni complementarias. Tampoco su conexión con la ontología y con la epistemología es la misma. Pero reflejan la aproximación del pensamiento de Frege a la problemática ontológica. En su Introducción al libro *Estudios sobre Semántica* de Frege, Jesús Mosterín afirma:

"Objeto y función son las dos categorías fundamentales de la ontología de Frege (...) Según Frege, todo lo que hay, todo acerca de lo que hablamos, es objeto o función. Hay objetos y hay funciones. No hay nada más. Función es todo lo que no es objeto; objeto es todo lo que no es función" (4).

Esta observación es efectivamente importante para Frege. En su conferencia *Función y concepto*, dada en la sección del 9-1-1891 en la Sociedad de Medicina y Ciencias Naturales de Jena, Frege señalaba con precisión:

"Los enunciados afirmativos en general pueden concebirse, lo mismo que las ecuaciones o las expresiones analíticas, descompuestas en dos partes, una de las cuales está completa en sí misma, mientras que la otra precisa de complemento, es no saturada (...); llamo función al significado de esta parte no saturada" (5).

Y más adelante, completa:

"...objeto es todo lo que no es función, la expresión de lo cual, por tanto, no lleva consigo un lugar vacío" (6).

No se trata, para Frege, de una mera separación

lingüística, apunta a lo que existe. De hecho la división se reproduce en el lenguaje. Mosterín informa:

“un nombre -name- o expresión nominal es una expresión lingüística que designa algún objeto determinado. Un mismo objeto puede ser designado por diversos nombres. Todas las expresiones lingüísticas son nombres o expresiones functoriales. Los nombres son completos o saturados y designan un objeto. Las expresiones functoriales son incompletas o no saturadas y designan una función” (Subrayado añadido) (7).

Esta división de Frege entre objeto y función está extraída claramente del concepto de función en la matemática. Las propiedades que poseen las funciones en matemática también están presentes en la división fregeana. Así se explica el sentido de “completitud”, “valor de la función”, etc. Frege en la misma conferencia que mencioné observaba que: “... la función, por sí sola, debe denominarse incompleta, necesitada de complemento o no-saturada” (8). Y además, expresaba que:

“...cuando hablamos por ejemplo, de “la función $2x^3 + x$ ”, no hay que considerar que x pertenece a la función, sino que esta letra sólo sirve para indicar el tipo de complementación que le falta, al hacer patente los lugares en los que tiene que entrar el signo del argumento. “(...) llamamos a aquellos en lo que se convierte la función al ser completada por su argumento, el valor de la función para este argumento” (9).

Si se presenta como una dicotomía de categorías ontológicas la distinción objeto-función encierra una dificultad: ¿a qué se refiere “función”? Si no se trata sólo de una distinción lingüística, entonces la respuesta a esta pregunta debe encontrarse en lo que existe. En ese sentido: ¿qué tipo de entidad es? Parece que para Frege esto no tiene mucha importancia, como señala John Passmore en *A hundred years of philosophy*:

“La pregunta, concluye (Frege) “¿a cuál entidad se refiere una función?” no tiene sentido, puesto que una función no nombra a una entidad, una función no obstante tiene un sentido, un significado, en el contexto de una oración algebraica” (10).

Parece, entonces, que Frege se refiere a un aspecto de lo real cuando establece objeto-función como categorías totalizantes. Las acciones, la actividad, el movimiento de o sobre un objeto son diferentes al objeto mismo. Es una diferenciación en este sentido real, que se puede expresar en el lenguaje. En “César conquistó las Galias”, “con-

quistó las Galias” se refiere a algo distinto que “César”. El papel de ambas expresiones es distinto. Sin embargo, yo no creo que uno posea un referente en el mundo y el otro no. Si se quiere podríamos argumentar que tanto los objetos en el sentido fregeano como las acciones, las actividades, los movimientos, etc., son objetos, entidades de lo real; son partes de diferentes estratos de lo real, ligados y condicionados mutuamente. No quiero con esto invalidar la distinción de Frege, pero me parece que si ésta se introduce en el terreno ontológico aparece como una reducción muy rígida.

Frege plantea la división objeto-función en forma general y la aplica a situaciones concretas. Para Frege los conceptos, que define de una manera muy precisa, son funciones. Dice:

“...un concepto es una función cuyo valor es siempre un valor veritativo” (11).

Esta definición de hecho excluye todo un conjunto de expresiones que podrían asimilarse a la noción ordinaria de concepto. La definición de Frege de concepto es también bastante reduccionista y, aunque permite avanzar en la precisión de la determinación de la verdad o falsedad de las nociones usadas, no me parece la forma más adecuada para dar cuenta de la situación a la que ésta apunta. El mundo de los objetos aprehensibles por los sentidos, las cosas, los árboles, los hombres... y sus acciones, movimientos, etc., configuran situaciones concretas. Los conceptos, en mi aproximación expresan esas situaciones de una u otra manera. Me parece errónea trasladar la noción de función en matemáticas al mundo general de todo lo que podemos llamar conceptual; al igual que a partir de ella redefinir la noción de concepto y dotarlo de una referencia que sólo puede ser lo verdadero o lo falso. *Frege señala que la referencia de todo concepto es su valor de verdad.* Es correcto tratar de buscar en las nociones conceptuales el asignar un valor de verdad, entendiendo por ello una sanción de su aproximación o no a lo real. Pero combinar las nociones de concepto, función y valor veritativo, de la forma que lo hace Frege, es inadecuado. Un concepto puede describirse simplemente como una función alejada de referentes en el mundo real. La definición de concepto de Frege es reduccionista y rígida. El tratamiento que hace de la noción de referencia también es inadecuado. No es lo mismo decir que existe o existió un referente para “César”, que el referente de un concepto es

un valor de verdad. *Aquí lo "verdadero" o lo "falso" son entes especiales que sirven de referencia casi universal.* (Gödel comenta sobre esto que:

"Frege llegó realmente a esta conclusión, y lo entendía en un sentido casi metafísico que recuerda en cierto modo la doctrina eleática del "Uno" (12).

La distinción de Frege ha sido cuestionada usando la situación en la que aparecen "conceptos de conceptos". ¿Qué es función? y ¿qué es objeto en este caso? : Frege resuelve el problema con una distinción, la de uso y mención (13).

Frege no deja de afrontar el problema, pero, desde una óptica, en mi opinión, esencialmente lingüística, operativa. Esto se manifiesta por ejemplo cuando Passmore comenta que:

"La diferencia lógica entre "el concepto x" y "x" (donde "x" se refiere a un concepto) aparece en el hecho, piensa Frege, *que ellos trabajan diferentemente en las oraciones*" (Subrayado añadido) (14).

En mi opinión no es un problema de cómo funciona el concepto; lo esencial de esta problemática (que no es tampoco sólo lingüística) no es meramente el producto de las deficiencias del lenguaje, lo que está en juego es una aproximación a la relación dialéctica que existe entre los hechos reales, los conceptos y el lenguaje (hablo de conceptos en el sentido que yo he explicado). Esta distinción que si se plantea como ontológica genera el tipo de problemas que he mencionado, obedece a una extrapolación de nociones de la matemática. La distinción posee cierta utilidad en ciertos contextos, pero en otros aparece como un obstáculo para el esclarecimiento. La generalización del uso de categorías matemáticas, su aplicación en otros campos, encierra un gigantesco peligro. Es un proceso de abstracción, que trae consigo una secuela de implicaciones a veces no adecuadas en una interpretación filosófica. Es importante señalar cómo en esta ocasión en la conexión filosofía y matemáticas la segunda se convierte en un factor dinámico que afecta su concepción ontológica. Por otra parte, es claro que señalar la referencia de un concepto como una categoría (lo verdadero o lo falso), es una muestra del papel y el valor que Frege otorga a ciertos entes abstractos.

Por último, esta distinción fregeana parece corresponder más a preocupaciones lingüísticas y lógicas que ontológicas. Si transformamos función-objeto en concepto-objeto, se manifiesta con

claridad que función-concepto corresponde (en una versión más general) a una acción predicativa, al tiempo que objeto a un sujeto. Podemos entonces sugerir que la división objeto-función es una forma abstracta y general de aproximar en el terreno de la expresión lingüística la misma problemática que subyace en la división clásica sujeto-predicado. Una visión lingüística de la división obtiene una mayor utilidad de la misma. De hecho, habría que recordar que las ideas de Frege sobre función y objeto son elaboradas en el mismo período de su vida en que reflexiona sobre la distinción entre sentido y referencia. Existe una gran conexión entre ambas distinciones y están vinculadas a reflexiones sobre la expresión y el lenguaje.

El profesor B.C. Birchall de la University of New England, en un número reciente de *Philosophy and phenomenological research*, manifiesta el mismo criterio que he vertido en el párrafo anterior:

"En el caso de la división de Frege entre objetos y conceptos, el problema es el tradicional, disfrazado algo por las peculiaridades terminológicas, de la explicación de la unidad y diferencia de las funciones de sujeto y predicado en la proposición" (15).

El problema reside en hacer de esta distinción de funciones, entidades (16). Según Birchall esto es lo que Frege hace, y con ello la división más que un avance fue un retroceso (17). Para E.D. Klemke en "Frege's ontology: realism" de la ontología *Essays on Frege*, también Frege hace de esas funciones, entidades (18); con lo cual se introducen las dificultades.

La ontología que Frege manifiesta en la distinción objeto-función se puede presentar en forma esquemática, como hace Rulon Wells en "Frege's ontology" en el mismo libro *Essays on Frege*:

"A objetos

1. Denotaciones ordinarias

- a. Valores de verdad
- b. Rangos
- c. Función-correlatos
- d. Lugares, momentos, "time-spans"
- e. Ideas
- f. Otros objetos

2. Sentidos ordinarios

B. Funciones

1. Funciones cuyos valores son valores de verdad

- a. Con un argumento (conceptos)
- b. Con dos argumentos (relaciones)

2. Funciones cuyos valores no son todos valores de verdad

- a. Con un argumento

b. Con dos argumentos" (19)

De este sistema ontológico no sólo es criticable su "extrañeza" (20), sino también la sensación de que todos estos entes que Frege ha inventado simplemente no existen, independientemente de que sea posible demostrar o no una afirmación en ese sentido (21). Todos estos comentarios, añadidos a mis observaciones, revelan que la distinción ontológica objeto-función no resulta la más adecuada para dar cuenta de lo que existe. Tiende a dar la impresión de una gran artificialidad; que, por lo demás, tal vez pueda "asimilarse" mejor si detrás de ella lo que subyace es un mundo no material independiente del sujeto epistémico.

Las observaciones que hemos planteado sobre Frege son coherentes con una interpretación general del pensamiento de Frege como realista. En el momento en que la división mencionada no sea considerada ontológica (por la vía de otra interpretación general) las observaciones no podrían tener el mismo sentido. El desarrollo de las consideraciones ontológicas de Frege, por lo menos a partir del tiempo en que establece esta distinción, sigue una misma orientación general que, posteriormente, vamos a ver cristalizada en el famoso artículo "Der Gedanke", publicado por primera vez en el *Beiträge zur Philosophie des Deutschen Idealismus* en 1918. En ese artículo Frege define "Gedanke" de la siguiente manera: "...yo llamo un Pensamiento algo para el cual se plantea la cuestión de la verdad" (22) y completa con una nota:

"De una manera similar se ha dicho tal vez: "un juicio es algo que es verdadero o falso". De hecho, yo uso la palabra "Pensamiento" en aproximadamente el sentido que "juicio" tiene en los escritos de los lógicos" (23).

Así pues:

"Un pensamiento es algo inmaterial y todo aquello material y perceptible está excluido de esta esfera para la cual se plantea la cuestión de la verdad" (24).

En el mismo artículo define "idea":

"Incluso una persona no filosófica encuentra rápido necesario reconocer un mundo interior distinto del mundo exterior, un mundo de impresiones sensoriales, creaciones de su imaginación, de sensaciones, de sentimientos y estados de ánimo, un mundo de inclinaciones, deseos y decisiones. Por brevedad quiero recoger todos esos, con la excepción de las decisiones, bajo la palabra "idea"" (25).

Señala Frege que: "Una idea que alguien tiene

pertenece al contenido de su conciencia" (26); y enfatiza: "...ideas necesitan un portador. Las cosas del mundo exterior son sin embargo, independientes" (27).

Sigamos con la descripción de las nociones de Frege. Se pregunta si un "pensamiento" es una "idea" y concluye que no, puesto que en caso contrario se llegaría al absurdo de que la verdad no es única; dependiendo de los portadores individuales de ideas las nociones del conocimiento, se llegaría a que no es posible la ciencia como cuerpo teórico intersubjetivo. Porque:

"Si alguien toma pensamientos como ideas, lo que reconoce como verdadero es, en su propia visión, el contenido de su conciencia y eso no concierne propiamente a ninguna otra gente" (28).

El resultado es: los pensamientos no son ni cosas del mundo exterior ni ideas:

"Un tercer campo ***debe ser reconocido*. Lo que pertenece a éste corresponde con las ideas en que no puede ser percibido por los sentidos, pero con las cosas en que no necesita ningún portador para los contenidos de cuya conciencia pertenezca" (subrayado añadido) (29).

La división de Frege establece tres mundos diferentes. El desarrollo de su argumentación para justificarlos, así como la división misma, varía dependiendo del mundo en cuestión. Cuando se refiere a las ideas establece su carácter individual; una idea posee un portador único. Por ejemplo: "...es imposible comparar mi impresión sensorial con la de otra persona" (30). Añade: "Ninguna otra persona tiene mi dolor" (31).

La noción de idea es aquí definida de una manera muy particular. Las ideas son asimiladas a cuadros -pinturas mentales subjetivas y por lo tanto, ligadas al individuo que las tiene. Frege por la misma definición establece un contenido tremendamente subjetivo e individual a esta noción; Frege no se detiene a considerar que en el mundo de las "ideas", sensaciones, representaciones, emociones, etc., existe un sustrato objetivo capaz de ser apprehendido por la conciencia. Frege establece una separación tajante, rígida, entre "pensamiento" e "idea". Si bien esto es comprensible en tanto busca dar un fundamento que permita determinar un contenido veritativo de las nociones cognoscitivas, no es suficiente para describir la situación a la que se refiere. Las representaciones subjetivo-individuales poseen cierta objetividad, aunque no en el mismo sentido que se le puede atribuir a lo que se

refiere Frege con la palabra "pensamiento". Lo que señalo es cierto, claro está, siempre que se adopte como punto de partida una visión que no haga de "pensamientos" realidades separadas de un proceso gnoseológico continuo de aproximación a la realidad. En Frege la distinción radical es coherente con la existencia independiente de estos "pensamientos". Para Frege los hombres que aprehenden un "pensamiento" lo hacen diferentemente pero conservando lo esencial del mismo, *pues éste existe separadamente de cada uno que lo aprehenda*. Frege señala: "... los cambios que sufre (un pensamiento, A.R.) solamente envuelve propiedades no esenciales" (32). Los "pensamientos" existentes en este mundo fregeano son el objetivo de la ciencia, la cual no los crea sino que los descubre reconociendo su verdad (33). La verdad de un "pensamiento" no es en Frege un proceso de continua aproximación de la conciencia humana a lo real, proceso transformante en saltos cuantitativos y cualitativos, no está inscrita como una realidad en flujo constante sumergida en la totalidad de la práctica social de los hombres. Para Frege: "... la verdad de un pensamiento es eterna" (34).

Con esta aproximación es muy difícil comprender la dialéctica del descubrir y crear en el conocimiento. Afirmando meramente que la ciencia descubre verdaderos "pensamientos" y no los crea, señala un aspecto importante epistemológicamente: la ciencia se refiere -aproxima a un objeto independiente de la conciencia particular de los hombres. Es correcto señalar que la posibilidad del conocimiento parte de ello. Sin embargo, plantear la problemática envuelta como un "descubrir" los "pensamientos" significa afirmar la existencia de lo que en realidad son productos de la conciencia, los "pensamientos" separados espacio-temporalmente de la conciencia.

Es necesario una reflexión. La realidad natural, su devenir y su relación con los hombres, trata de ser aprehendida por la conciencia humana, con sus medios, sus instrumentos. Las ciencias intervienen aquí como formas de la aprehensión de lo real por la vía del pensamiento. Ahora bien los hombres construyen sus formas teóricas para realizar este proceso; éstas no son estáticas y con el curso de la historia son mejoradas y sustituidas por otras. Lo que los hombres descubren son leyes, reglas del devenir de lo real, pero en una forma aproximada. Las formas teóricas, pensamientos, conceptos... no se descubren, se construyen para expresar lo real. Los hombres descubren hechos y manifestaciones

de procesos que tratan de dilucidar con la explicación y la experimentación. Cuando se parte de la existencia en sí de un tercer mundo de "pensamientos" objetivos, reales aunque no materiales, la división "ideas-objetos-pensamientos" adquiere sentido. El "problema" teórico se plantea cuando se parte de una visión epistemológica como la que, en cierta medida, he expresado. Las representaciones subjetivas e individuales, que Frege refiere con su noción de "idea", como producto de sensaciones, sentimientos, etc., pueden ser aprehendidas por la razón en cierta forma. La medida precisa, así como los criterios a usar, dependerán de la situación concreta. A lo que yo apunto aquí es a mostrar una vez más la rigidez de la división hecha por Frege cuya justificación aparece como posible dentro del marco de un realismo ontológico. La división observa una diferenciación auténtica, señala propiedades verdaderas de ciertas partes de los productos de la conciencia histórica y social de los hombres, pero es insuficiente. Una comprensión global de este aspecto de la observación de Frege exigiría apartarse de la rigidez excesiva que éste tiene, de su mundo en sí de pensamientos, y exigiría se construya sobre una base metodológica y epistemológica que integre teóricamente todos los elementos de lo real, especialmente unificando el conocimiento y la práctica transformadora de los hombres en una sola totalidad. El punto de partida de Frege está en consideraciones epistemológicas y ontológicas diferentes.

Rulon Wells señala que existen varios supuestos concretos en la base de la argumentación fregeana: primeramente, la existencia de un mundo objetivo independiente aunque accesible al conocimiento humano; en segundo lugar, que conocemos parte de esa realidad, en donde se integra la matemática; que nuestro conocimiento lo es de verdades objetivas, independiente del tiempo, y que éstas son el objeto tanto de las ciencias naturales como de la lógica y la matemática (35). Estos supuestos ya colocan a Frege suficientemente cercano al realismo. En esta interpretación de Frege la noción de "Concepto" que usa es una "referencia", y éstas son "entidades", "unidades ontológicas últimas" (36). Para Klemke los conceptos de Frege son "universales" porque: si los objetos son particulares entonces se tiene que las propiedades son "universales"; al ser los conceptos, propiedades, la conclusión es inmediata (37). Los conceptos de Frege son universales y ontológicamente anteriores a los objetos (38).

Existen dos argumentaciones importantes en este terreno de las que parte Frege. Señala Richard Eldridge en la *Review of Methaphysics* (marzo 1982) que una de ellas está basada en el análisis de las "propiedades de la verdad", donde la verdad y falsedad son propiedades de los "pensamientos" (39). Y la otra argumentación consiste en "... una crítica explícita de la epistemología tradicional basada en las "ideas" (40). Ambas argumentaciones conducen en Frege a la conclusión de que pensar es "aprehender un pensamiento", "el cual es verdadero o falso" (41). Los razonamientos de Frege no son demostraciones incuestionables sino que parten de supuestos en lo que quiere probar: Frege asume que la verdad y falsedad son propiedades de los "pensamientos", así como asume que una epistemología de ideas conduce al escepticismo del conocimiento de cosas separadas (42).

"Der Gedanke" para Frege es una noción central que es la base de la definición de ese supuesto que es el tercer mundo real no sensible. Para definirlo ha tenido que contraponerse a las "ideas" y a los "objeto" materiales de una manera radical. Cuando un sujeto aprehende un "pensamiento" se conecta con el hilo que lo conduce a "lo verdadero" o a "lo falso", pero éstos a su vez caracterizan al "pensamiento". Lo que es importante de determinar es el carácter de los "pensamientos" es el grado de influencia que éstos pueden tener para los hombres. Si se trata de una entidad que puede o no afectar sobre la evolución de la mente y los otros mundos aparte al suyo propio. Si los "pensamientos" pueden tener efectos sobre el mundo sensible y sobre la mente, indiscutiblemente el platonismo de Frege es radical. Claro está que si esto se da, lo es al nivel de la cognición (43). Para algunos esta visión radical del platonismo de Frege es la única coherente y significativa para todo el espectro platonista. Si las entidades independientes reconocidas por el pensador platónico no afectan el mundo sensible, ¿qué sentido pueden tener esas existencias? (44).

Las ontologías de Frege están íntimamente ligadas a consideraciones epistemológicas. La *Conceptografía* de 1879 fue escrita como un medio para "evitar malentendidos" y dotarse de un aparato lógico capaz de asegurar el rigor.

En otro orden de cosas, la discusión sobre los "pensamientos" pone de manifiesto la relación íntima entre ontología y epistemología en Frege. La discusión se puede establecer en torno a cuál dimensión se debe enfatizar en la comprensión de

la evolución intelectual de Frege. En todo momento, ya sea que se enfatice la epistemología (*Conceptografía y Grundlagen*), o la ontología ("Der Gedanke"), en la aproximación teórica fregeana estaba afirmada la premisa del conocimiento *a priori*. Es decir, la mente que "produce" conocimiento verdadero, obtiene verdades independientes del tiempo y del espacio, infalibles. Aunque su visión no es como en Descartes, Pascal y Leibniz de influjo agustiano (esto representa una "ruptura" intelectual), no logró escapar del racionalismo. De hecho, su filosofía de las matemáticas sin llegar a las posiciones que afirman la "evidencia sintáctica" de las matemáticas, apuntaló el paradigma formal-axiomatizante que ha sido una de las características de la conciencia racionalista occidental de los últimos siglos.

Las dos ontologías de Frege se entienden muy bien si se incluyen en el marco general de sus intentos por obtener una fundamentación de las matemáticas. Especialmente su noción de *Gedanke* y la afirmación de la existencia de un mundo "objetivo" y "actual", no físico, constituye una base ontológica especial para su caracterización teórica de los números. La reflexión sobre las matemáticas representó en Frege un motor intelectual a partir del cual es posible comprender buena parte de su pensamiento filosófico.

NOTAS

(1) Cf. Eldridge, Richard. "Frege's realist theory of Knowledge. The construction of an ideal language and the transformation of the subject", *Review of Methaphysics*, March, 1982. Vol. XXXV, No. 3.

(2) Cf. Currie, Gregory. "Frege on thoughts", *Mind*, April 1980. Vol. 89, No. 354; o "The origin of Frege's Realism", *Inquiry*, December 1981. Vol. 24, No. 41; o "Frege's Realism", *Inquiry*, Summer 1978, Vol. 21, No.2.

(3) Cf. Sluga, Hans D. "Frege's alleged Realism", *Inquiry*, Summer 1977, BCVD. 20, No. 2-3.

(4) Mosterín, Jesús en la Introducción de Frege, Gottlobb. *Estudios sobre semántica*. Trad. Ulises Moulines. Barcelona: Editorial Ariel, p. 10.

(5) Frege. *Estudios sobre semántica* p. 32.

(6) *Ibid.* p. 34

(7) *Ibid.* p. 11.

(8) *Ibid.* p. 22.

(9) *Ibid.* p. 259.

(10) Passmore, John. *A hundred years of philosophy*. Great Britain: Penguin, 1972. p. 150.

(11) Frege. *Estudios sobre semántica*. p. 150.

(12) Gödel, Kurt. *Obras Completas*. Trad. Jesús Mosterín. Madrid: Alianza Editorial, 1981. p. 301.

(13) Cf. Passmore. *Ob. cit.* p. 154.

(14) *Idem.*

(15) Birchall, B.C. "Frege's objects and concepts: revolutionary or reactionary", *Philosophy and phenomenological research*, June 1982, Vol. XLII, No. 4, p. 356.

(16) Cf. *Idem*.

(17) Cf. *Ibid* p. 357.

(18) Klemke, E.D. "Frege's ontology: realism", en Klemke, E.D. *Essays on Frege* (Comp.). Illinois: University of Illinois Press, 1968. p. 160

(19) Wells, Rulon. "Frege's ontology", en Klemke, E.D. *Ob. cit.* pp. 8, 9.

(20) Cf. *Ibid* p. 28

(21) Cf. *Ibid* p. 29.

(22) Frege, Gotlob. "The thought: "A Logical Inquiry" en el libro: Strawson, P.F. (Edit). *Philosophical Logic*. Oxford: Oxford University Press, 1967, p. 20.

(23) *Idem*,

(24) *Idem*.

(25) *Idem*, p. 26.

(26) *Ibid* p. 27

(27) *Idem*.

(28) *Ibid* p. 29

(29) *Idem*.

(30) *Ibid* p. 27

(31) *Ibid* p. 28

(32) *Ibid* p. 38

(33) *Ibid* p. 35

(34) *Idem*

(35) Cf. Wells, Rulon, en Klemke, E.D. *Ob. cit.* p. 30.

(36) Klemke (Edit). *Ob. cit.* pp 158-159

(37) *Ibid* p. 161

(38) *Ibid* p. 163

(39) Cf. Eldridge. *Ob. cit.* pp 500, 501.

(40) *Ibid* p. 503.

(41) Cf. *Ibid* pp 501 y 504.

(42) Cf. *Ibid* pp 501 y siguientes.

(43) Cf. Currie, "Frege on thoughts". p. 244.

(44) Cf. *Ibid* pp 247, 248.

* Traduzco "gedanke" como pensamiento.

** Traduzco realm por campo.

Angel Ruiz
Escuela de Matemáticas
Universidad de Costa Rica