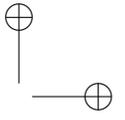
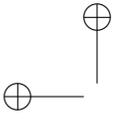


Encrucijada en la enseñanza de la matemática: la formación de educadores

Ángel Ruiz Zúñiga
Hugo Barrantes Campos
Ronny Gamboa Araya

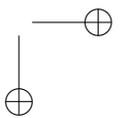
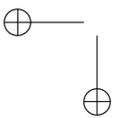

Editorial Tecnológica
de Costa Rica

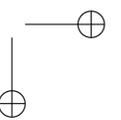
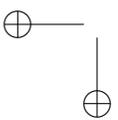
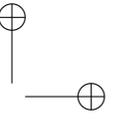
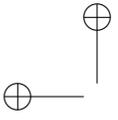


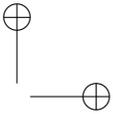
**ENCRUCIJADA EN ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA: LA FORMACIÓN DE
EDUCADORES**

**ANGEL RUIZ
HUGO BARRANTES
RONNY GAMBOA**

2009

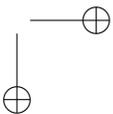
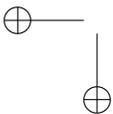




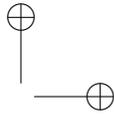


ÍNDICE GENERAL

INDICE GENERAL	7
INDICE DE CUADROS, GRÁFICOS Y RECUADROS	13
Presentación	19
Capítulo 1	
EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DOCENTE: <i>TENDENCIAS INTERNACIONALES</i>	25
• Una nueva disciplina científica y profesional	26
▪ La reforma de las Matemáticas modernas: impactos múltiples	26
▪ Contenidos matemáticos y situaciones de enseñanza y aprendizaje	27
▪ La Educación Matemática	28
• Aprendizajes, Educación Matemática y formación docente: algunos hallazgos	32
▪ El aprendizaje y la enseñanza	32
▪ La comprensión de conceptos y el aprendizaje de procedimientos	34
▪ La resolución de problemas	34
▪ ¿Cómo debe usarse la Historia de las Matemáticas?	36
▪ Investigación y formación continua	37
▪ Perspectivas de las tecnologías digitales	40
▪ La lección: un punto de partida	41



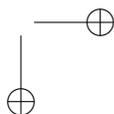
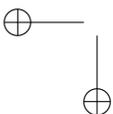
Capítulo 2	
COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS	45
• Competencias	47
▪ ¿Qué son las competencias matemáticas?	51
▪ Competencias en la educación superior: <i>Tuning Europa</i>	54
▪ Competencias en la formación docente en la Educación Matemática: <i>el caso europeo</i>	55
▪ La estructura de las competencias en la formación docente en la Educación Matemática	56
○ Competencias matemáticas y metamatemáticas	56
○ Competencias educativas generales	60
○ Competencias en pedagogía matemática y metamatemática	61
• El conocimiento del educador matemático y el currículo	68
▪ Conocimiento pedagógico del contenido	68
▪ Estructura de los conocimientos en la formación del educador matemático	69
○ Conocimiento matemático y meta-matemático	71
○ Conocimiento educativo general	72
○ Conocimiento pedagógico de las Matemáticas	72
▪ Proporciones, pesos específicos, énfasis.	73
• Perspectivas	73
Capítulo 3	
FUNDAMENTOS DE LOS CURRÍCULOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LAS UNIVERSIDADES ESTATALES	75
• Evolución histórica	76
• Principios generales y perfiles de los currículos	80
▪ El profesorado compartido UCR, UNA, UNED de 1991	81
▪ Universidad de Costa Rica	85
▪ Universidad Estatal a Distancia	90
▪ Instituto Tecnológico de Costa Rica	92
▪ Universidad Nacional	94
• Un balance	100

**Capítulo 4****ESTRUCTURA Y CONTENIDOS DEL CURRÍCULO EN LAS UNIVERSIDADES ESTATALES**

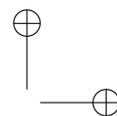
	105
● Distribución de cursos	105
■ Profesorado	105
■ Bachillerato	107
■ Licenciatura	108
● Créditos y horas lectivas	110
● Contenidos en los currículos	117
■ Psicología	118
■ Pedagogía	118
■ Matemática aplicada	121
■ Geometría	122
■ Cálculo y análisis	122
■ Álgebra	124
■ Historia de la Matemática	124
■ Investigación	125
■ Tecnología	125
● La bibliografía	126
● La evaluación	135
■ Instituto Tecnológico de Costa Rica	135
■ Universidad Nacional	136
■ Universidad de Costa Rica	136
■ Universidad Estatal a Distancia	138
■ Algunas conclusiones sobre la evaluación	139
● Observaciones finales	140

Capítulo 5**POLÍTICAS EDUCATIVAS OFICIALES EN LAS UNIVERSIDADES ESTATALES**

	143
● Algunos principios de la política educativa nacional	143
● ¿Cuánto se menciona las políticas educativas en estos planes de estudio?	149
■ Universidad Estatal a Distancia	149



■ Universidad Nacional	151
■ Instituto Tecnológico de Costa Rica	153
■ Universidad de Costa Rica	155
● Algunas conclusiones sobre currículos y políticas educativas	157
Capítulo 6	
GRADUADOS DE UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS	163
● Bachilleres: los diez últimos años, 1997-2006	163
● Bachilleres: los seis últimos años, 2001-2006	166
● Bachilleres: los tres últimos años: 2004-2006	167
● Licenciados: los últimos 10 años, 1997-2006.	170
● Profesores: los últimos 10 años, 1997-2006.	171
● Observaciones finales	173
● Algunas conclusiones	175
Capítulo 7	
FORMACIÓN DOCENTE EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD AMERICANA Y LA UNIVERSIDAD DE SAN JOSÉ	177
● Oferta de carreras en universidades privadas	177
● Principios generales y perfiles	179
■ Universidad de San José	179
■ Universidad Americana	181
■ Balance	182
● Estructura curricular y cursos	183
● Créditos y horas lectivas	185
■ Créditos	186
■ Estructura de las horas lectivas	189
● Contenidos en los currículos	190
■ Psicología	192
■ Pedagogía	192
■ Investigación	194
■ Matemática aplicada	194
■ Geometría	194
■ Cálculo y análisis	195
■ Teoría de números	195



▪ Álgebra	195
▪ Tecnología	196
▪ Historia de la Matemática	196
▪ Síntesis sobre contenidos	196
• La bibliografía	198
• Formación docente y políticas educativas oficiales	202
▪ Universidad Americana	203
▪ Universidad de San José	205
• Algunas conclusiones	194

Capítulo 8

EDUCACIÓN MATEMÁTICA INTERNACIONAL Y UNIVERSIDADES COSTARRICENSES 211

• Mención de resultados internacionales	211
• Síntesis	222

Capítulo 9

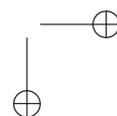
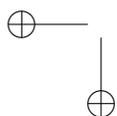
UN BALANCE GENERAL 223

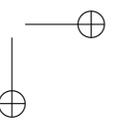
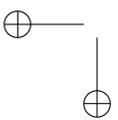
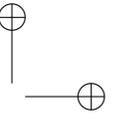
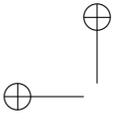
• Universidades estatales y privadas: <i>comparación</i>	223
• Diagnóstico general	234

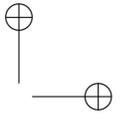
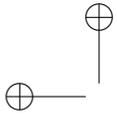
Capítulo 10

REPENSAR EL CURRÍCULO DE FORMACIÓN DOCENTE EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA 241

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA 247



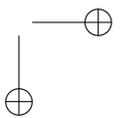
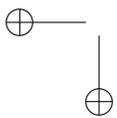


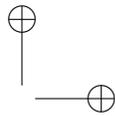
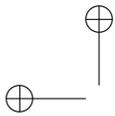


ÍNDICE DE CUADROS, GRÁFICOS Y RECUADROS

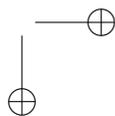
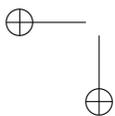
CUADROS

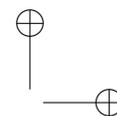
2.1 Niss y PISA 2003. Competencias para preguntar y responder acerca de, dentro y por medio de las Matemáticas	52
2.2 Niss y PISA 2003. Competencias de comprensión y uso del lenguaje y los instrumentos matemáticos	53
2.3 Proyecto <i>Tuning Europa</i> . Competencias en la carrera de matemáticas, primer ciclo	57
2.4 Proyecto <i>Tuning Europa</i> . Competencias en la carrera de matemáticas, segundo ciclo	59
2.5 Competencias educativas generales. Espacio europeo de educación superior	60
2.6 Competencias en pedagogía matemática, Seminario de Granada 2004, organización por categorías	62
2.7 Competencias del educador matemático, resumen de las categorías generales	64
2.8 Proyecto <i>Tuning América Latina</i> . Área Matemática. Competencias específicas	65
2.9 Estructura de conocimientos en la formación del educador matemático	66



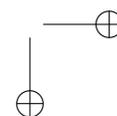
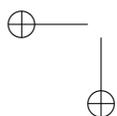


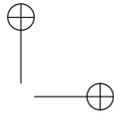
3.1 Grados ofrecidos por las universidades estatales en enseñanza de las Matemáticas	77
3.2 Perfiles profesorado compartido UCR, UNA UNED, OPES y plan de la UCR	87
4.1 Número de cursos en el profesorado en Enseñanza de la Matemática, universidades estatales, distribuidos por áreas	108
4.2 Número de cursos en el bachillerato en Enseñanza de la Matemática, universidades estatales, distribuidos por áreas	108
4.3 Universidades estatales, profesorado en Enseñanza de la Matemática, créditos y horas lectivas	110
4.4 Universidades estatales, bachillerato en Enseñanza de la Matemática, créditos y horas lectivas	111
4.5 Universidades estatales, licenciatura en Enseñanza de la Matemática, créditos y horas lectivas	113
4.6 Universidades estatales, planes de enseñanza de las Matemáticas, porcentaje de créditos por componentes curriculares, profesorado	113
4.7 Universidades estatales. Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Créditos y horas lectivas	115
4.8 Universidades estatales. <i>Curricula</i> de formación docente en enseñanza de las Matemáticas. Conclusiones generales sobre contenidos	130
4.9 Porcentaje asignado a exámenes a la evaluación en 15 cursos de matemáticas de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica	137
5.1 Políticas educativas en los currículos de formación docente en Enseñanza de las Matemáticas de las universidades estatales	157
6.1 Bachilleres en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades estatales y privadas. Periodo 1997-2006. Valores absolutos	164
6.2 Licenciados en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades estatales y privadas. Totales para el periodo 1997-2006. Valores absolutos.	170





6.3 Profesores en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades estatales y privadas. Periodo 1997-2006. Valores absolutos	172
6.4 Profesores en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades estatales. Totales por periodos: 1997-2006, 2001-2006, 2004-2006. Valores absolutos y relativos	172
6.5 Profesores, bachilleres, y licenciados en Enseñanza de la Matemática. Títulos por universidades estatales y privadas. Totales por periodos: 1997-2006, 2001-2006, 2004-2006. Valores absolutos y relativos	173
6.6 Bachilleres y licenciados en Enseñanza de la Matemática. Títulos por universidades estatales y privadas. Totales por periodos: 1997-2006, 2001-2006, 2004-2006. Valores absolutos y relativos	174
7.1 Grados ofrecidos por las universidades privadas. Ciencias de la educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática.	178
7.2 Universidades privadas en Costa Rica. Bachillerato en Enseñanza de la Matemática distribuidos por áreas. Número de cursos	184
7.3 Universidades privadas en Costa Rica. Bachillerato en Enseñanza de la Matemática distribuidos por áreas. Número de créditos	186
7.4 Universidades privadas. Bachillerato en ciencias de la educación con énfasis en Enseñanza de la Matemática. Porcentaje de créditos por componentes curriculares	187
7.5 Universidad Americana. Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Distribuidos por áreas. Número de créditos	188
7.6 Universidades privadas en Costa Rica. Bachillerato en ciencias de la educación con énfasis en matemática distribuidos por áreas. Número de horas lectivas semanales	189
7.7 Universidad Americana. Licenciatura en ciencias de la educación con énfasis en matemática. Distribuidos por áreas. Número de horas lectivas semanales	190
7.8 Áreas de los contenidos de los programas de formación docente en Enseñanza de la Matemática	191

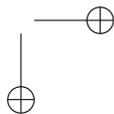
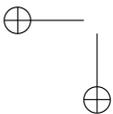


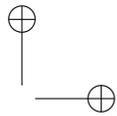


7.9 Universidad de San José y Universidad Americana. Síntesis de comparaciones	196
7.10 Políticas educativas oficiales en los currículos de la UAM y la USJ	206
9.1 Universidades estatales y privadas. Planes de enseñanza de las Matemáticas. Porcentaje de créditos por componentes curriculares. Bachillerato	225
9.2 Universidades estatales y privadas. Bachillerato en Enseñanza de la Matemática. Horas lectivas totales	226
9.3 Universidades estatales y privadas costarricenses. Presencia del conocimiento pedagógico de las Matemáticas	229

GRÁFICOS

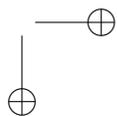
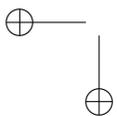
3.1 Enseñanza de la Matemática. Títulos otorgados por universidades públicas. Periodo 2001-2006	79
3.2 Universidad de Costa Rica. Egresados por Sede. Periodo 1997-2006. Valores absolutos	80
6.1 Bachilleres en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades públicas y privadas. Periodo 1997-2006	165
6.2 Bachilleres en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades públicas y privadas. Periodo 2001-2006	166
6.3 Bachilleres en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades públicas y privadas. Periodo 2004-2006	168
6.4 Bachilleres en Enseñanza de la Matemática. Graduados por universidades UNA, UAM y USJ. Periodo 2001-2006	169
6.5 Profesores, bachilleres y licenciados en enseñanza de la Matemática graduados por universidades públicas y privadas. Periodo 2001-2006	175

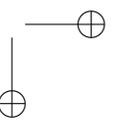
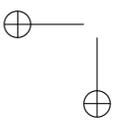
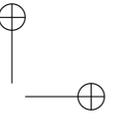
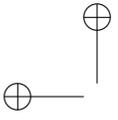


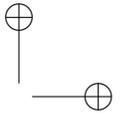
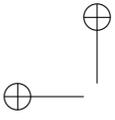


RECUADROS

1.1 Las matemáticas modernas en Costa Rica	27
1.2 Educación matemática y matemática: <i>distinciones</i>	29
1.3 El educador: algunos hallazgos	33
1.4 La investigación en la Educación Matemática	38
3.1 Perfil y objetivos del profesorado en matemática, UCR, UNA, UNED, OPES, 1991	81
3.2 Visiones sobre la Educación Matemática en Costa Rica	98
5.1 Algunos elementos de las políticas educativas oficiales en Costa Rica	146
7.1 Algunos problemas en universidades privadas	208
9.1 Universidades estatales y privadas: <i>perspectivas generales</i>	232
9.2 Acciones en Enseñanza de la Matemática	237





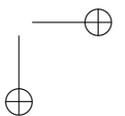
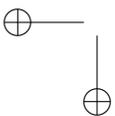


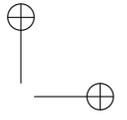
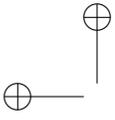
PRESENTACIÓN

Ya son “normales” cada año la preocupación, las dudas y la zozobra que generan los resultados deficientes en matemáticas en las pruebas nacionales en Costa Rica o en los primeros cursos en las universidades estatales. No es para menos: tenemos malos rendimientos en pruebas, que en sí mismas no son tan difíciles si se comparan con las que se hacen en otras latitudes. Esto debe ser una fuente de preocupación muy seria, aunque no debería darse solo después de cada prueba, sino de manera permanente y con profundidad para buscar las soluciones.

La problemática de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas es un asunto muy complejo en el que intervienen muchos factores: infraestructura, recursos humanos, programas, textos, creencias. Una de las dimensiones que con gran fuerza interviene en esta situación es el papel que juegan los educadores. Y las interrogantes son muchas. ¿Es su desempeño el apropiado? ¿Es su formación adecuada? ¿Qué relación existe entre su desempeño en las aulas y su formación inicial? ¿Dominan las Matemáticas? ¿Saben suficiente sobre enseñanza de la disciplina? ¿Están en las aulas quienes poseen vocación de educador? Este importante asunto conecta directamente con la preparación que reciben en las universidades. Y es este último asunto, precisamente, el tema central que se aborda en este libro.

Este libro nació como resultado de una investigación que me pidió, en el año 2007, el *Programa Estado de la Nación* y el Consejo Nacional de Rectores para la elaboración de un capítulo del *Segundo Informe del Estado de la Educación* en Costa Rica. Este libro contiene, de hecho, la base más amplia del análisis, resultados, conclusiones y recomendaciones que se resumieron en ese capítulo.





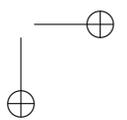
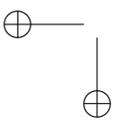
Y, de hecho, algunos párrafos fueron incluidos en el *Segundo Informe del Estado de la Educación*, que salió a la luz pública en diciembre del 2008. Incluye nuestro libro, además, otros temas que no fueron considerados en ese informe, elaborados en el 2008, y que completan la descripción y análisis de las carreras de Enseñanza de la Matemática en el país.

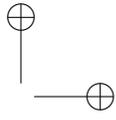
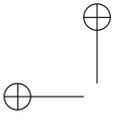
Para las universidades que han ofrecido durante años programas de formación docente en la Enseñanza de la Matemática sería muy fácil responsabilizar a los colegios y a las escuelas de los malos resultados en la disciplina. O echarle encima ese fardo pesado al Ministerio de Educación Pública o al Consejo Superior de Educación, o a los políticos de turno. Sería muy fácil conjurar explicaciones abstractas donde los factores que explican los problemas están en los textos, la ausencia de aulas y recursos materiales, los programas, los problemas socioculturales, etc. Sin embargo, eso sería injusto. Más que eso: erróneo. Si bien en este asunto se hace aguas por muchos sitios y hay bastantes entes y factores que intervienen en esta difícil ecuación, sin duda, los programas de formación que han ofrecido las universidades, públicas y privadas, han tenido parte de responsabilidad en lo que existe, en los problemas. Es apenas honesto de nuestra parte ejercer el balance, la crítica y la autocrítica, de lo que hemos hecho las instituciones de educación superior en la formación docente en esta disciplina.

El asunto invoca otra perspectiva: en nuestro criterio, lo que hagamos o dejemos de hacer las universidades nacionales será crucial para potenciar o no el progreso de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, factores decisivos del desarrollo nacional, individual y colectivo, en el escenario histórico que atravesamos. Es decir: las universidades, también, son parte de las soluciones que el país y la ciudadanía esperan en esta disciplina.

No se quiso en esta investigación asumir un enfoque estrechamente “internalista”, reducido a los aspectos locales, nacionales o institucionales. Como siempre obliga la aventura del conocimiento, había que invocar diferentes perspectivas, sin duda las institucionales, el contexto nacional, pero también el influjo internacional, los marcos de referencia más amplios de la disciplina.

Nuestro estudio incorporó un análisis muy amplio y cuidadoso de las principales tendencias en la Educación Matemática internacional que permitieran establecer parámetros o criterios teóricos para poder analizar con

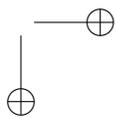
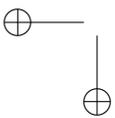


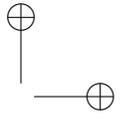
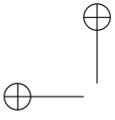


mayor propiedad los programas de formación docente en la enseñanza de las Matemáticas en las universidades nacionales. La Educación Matemática es, en cuanto ciencia, una disciplina relativamente nueva que ha generado resultados cruciales para entender lo que es o lo que debería ser la enseñanza de las Matemáticas como profesión. Algunos de estos resultados están estrechamente ligados a hallazgos sobre el aprendizaje en general y otros son muy específicos a la evolución de la disciplina. Muy determinantes resultan, en particular, los hallazgos sobre el papel de las competencias profesionales en el diseño de currículos de formación universitaria.

Muchos de estos hallazgos o parámetros han estado presentes en la comunidad internacional por más de 25 años, y han sido instrumentos relevantes en la evolución de la Educación Matemática en varios países. Por ejemplo, la resolución de problemas ha sido una línea de acción estratégica para el progreso de la Educación Matemática en países como Japón y Finlandia. El conocimiento pedagógico del contenido se ha incorporado en distintos países como tema fundamental en muchos programas de formación de docentes en varias disciplinas. El establecimiento de competencias profesionales específicas en Educación Matemática ha cobrado una gran relevancia en Europa en sus expectativas de reforma de los programas de formación docente en esta disciplina. Las competencias matemáticas han sido incorporadas, por ejemplo, en las pruebas PISA (*Programme for International Student Assessment*), de la OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*) que consignan importantes perspectivas de los países más desarrollados en el planeta en cuanto a la forma como deben enseñarse las Matemáticas. Acudir a estos resultados era un imperativo metodológico para nuestra investigación.

Con influencia de los parámetros internacionales analizados se sometió a un detallado estudio los currículos nacionales en la formación docente en enseñanza de las Matemáticas ofrecidos por universidades estatales y privadas (hasta el año 2007, para poder realizar propósitos comparativos). Se usó los currículos formalmente vigentes (y disponibles en cada institución) y, también, cuando era pertinente, las cartas al estudiante que entregan los docentes a los estudiantes. Este estudio se realizó en varias dimensiones: los fundamentos más generales, la estructura de los currículos, los contenidos presentes en las mallas curriculares. Resultó significativo el análisis de la mención de algunas de las políticas nacionales oficiales más relevantes en los cursos (consignadas en los documentos



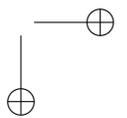
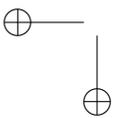


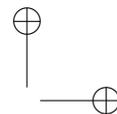
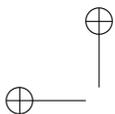
del Consejo Superior de Educación y el Ministerio de Educación Pública), y, finalmente, la presencia explícita de los elementos apuntados por las tendencias y hallazgos de la Educación Matemática internacional en las mallas curriculares. Debe subrayarse que el estudio incluyó el análisis minucioso de cada uno de los cursos en todos los programas de formación seleccionados. Las políticas oficiales y las tendencias internacionales, por ejemplo, fueron estudiadas en todos los componentes de esos cursos, desde los objetivos y contenidos hasta la metodología y la evaluación donde estos aspectos se incluyeran dentro de los currículos.

¿Cómo se han manejado las competencias profesionales en el diseño de los currículos de formación docente en la enseñanza de las Matemáticas de nuestras universidades? ¿Qué lugar le han dado al conocimiento pedagógico específico de las Matemáticas? ¿Son iguales las Matemáticas (en contenidos y enfoques) que recibe el educador que las que recibe el matemático o el ingeniero? ¿Cuánta separación existe entre matemática y pedagogía? ¿Se ha asumido la Educación Matemática como una disciplina científica y profesional independiente de la educación y las Matemáticas? ¿Qué lugar ocupan la investigación, la resolución de problemas, las aplicaciones, el predominio de los aspectos conceptuales *versus* los algorítmicos, la historia, la formación continua? Criterios como estos fueron usados para evaluar las fronteras, fortalezas o debilidades, de los programas de formación docente en enseñanza de las Matemáticas ofrecidos por nuestras universidades.

Nuestro estudio, sin embargo, además de la revisión detallada de currículos y cursos específicos de cada programa, incluyó una visión cuantitativa comparativa en varias dimensiones del estudio: por ejemplo en la estructura curricular con las proporciones de cada componente temático en cada programa así como las diferencias entre ellos, y, además, en la cantidad de egresados de cada programa (lo que ofrece una perspectiva de su relevancia cuantitativa y la dinámica de sus desarrollos). Una visión sincrónica. Pero además, en busca de las perspectivas diacrónicas, esta investigación acudió a la historia específica, que permitió establecer una lógica y un encadenamiento en la evolución de esos programas, especialmente en las universidades estatales.

El resumen: se invocó la realidad internacional de la disciplina (incluyendo aspectos propiamente teóricos), se acudió a la evolución histórica de los



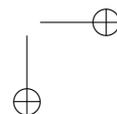
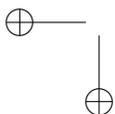


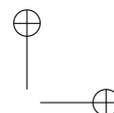
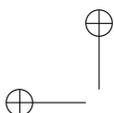
programas de formación en Costa Rica, se estudió con detalle y rigor cada uno de los currículos en cada una de sus dimensiones por aparte, se estudió el lugar de los programas en cuanto al número de sus egresados, y con base en el análisis y ponderación de cada una de estas dimensiones se establecieron conclusiones y recomendaciones.

Nuestras conclusiones apuntan a que los currículos que han brindado las universidades en Enseñanza de la Matemática distan mucho de lo que deberían ser currículos en esta disciplina de acuerdo a la experiencia e investigación internacional, y de acuerdo a lo que las políticas educativas oficiales en el país recomiendan. Nuestra principal tesis es que la Enseñanza de la Matemática se encuentra en una encrucijada en cuanto a la formación de profesores: quedarse en la situación que ha vivido hasta ahora, o dar pasos enérgicos hacia una reforma drástica de las carreras de Enseñanza de la Matemática.

El *Capítulo 1* consigna los hallazgos y tendencias internacionales en la Educación Matemática, con relevancia el significado de la profesión y ciencia de la Educación Matemática. El *Capítulo 2*, refiere a un tema crucial: competencias y conocimientos en la Educación Matemática. Los capítulos 3, 4 y 5 se concentran en las universidades públicas: fundamentos, estructura y contenidos del currículo y presencia explícita de las tendencias internacionales en los mismos. El Capítulo 6 ofrece una descripción de los números de graduados que han generado los programas formación docente en las universidades públicas y privadas. El *Capítulo 7* se concentra en dos universidades privadas: la Universidad Americana (UAM) y la Universidad de San José (USJ), con algunas pinceladas de otras instituciones privadas. El *Capítulo 8* analiza la presencia formal en estos currículos de algunas de las políticas educativas oficiales en Costa Rica. El *Capítulo 9* establece comparaciones globales entre los programas de las públicas y las privadas y, finalmente, el *Capítulo 10* hace un balance general y propone una perspectiva de desarrollo para la formación docente en la Enseñanza de la Matemática en el país.

La conclusión más general de este libro es que los problemas que exhiben la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el país no se podrán enfrentar si los planes de formación que ofrecen las universidades estatales y privadas no mejoran. Hacer esto, sin embargo, sería apenas un punto de partida. La problemática de la Enseñanza de la Matemática es un asunto





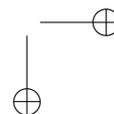
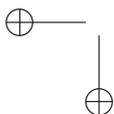
muy complejo que invoca muchas dimensiones: currículos, textos, formación docente, infraestructura, creencias, sociología del aprendizaje, etc. Su abordaje más apropiado sin duda apelaría a una visión sistémica. No obstante, teniendo eso en mente, y para no caer tampoco en la parálisis y esterilidad que lo grande o global de la tarea podría provocar, es conveniente comenzar por el análisis detallado de algunas de esas dimensiones; en este caso, la formación de educadores. Por otra parte, sabemos que analizar los currículos de formación docente en el papel en esta disciplina aporta apenas algunos elementos. Otros quedan fuera. No permite ofrecer, por ejemplo, la información de la realidad vital del aula: cómo cada formador de educadores y sus estudiantes desarrollan (o no) lo que está formalmente escrito en los programas, cómo intervienen los textos y los principios educativos oficiales realmente, cómo pesan las calidades del formador (por ejemplo la experiencia) o de los estudiantes. Pero este estudio sí nos aporta elementos clave de las visiones pedagógicas e intelectuales que sustentan estos quehaceres profesionales y sobre la racionalidad que poseen estos currículos, su pertinencia y su calidad (contrastadas con condiciones nacionales e internacionales). Es importante su análisis porque los currículos son una referencia formal esencial para las acciones que desarrollan todos estos programas formativos.

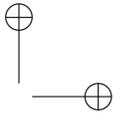
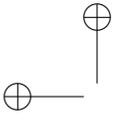
Para concluir, los autores queremos agradecer el apoyo brindado por el *Programa Estado de la Nación* y el Consejo Nacional de Rectores CONARE, con especial reconocimiento a Miguel Gutiérrez Saxe y José Andrés Masís, por su apoyo y gentileza para permitirnos usar materiales de la investigación del 2007 y que se publicaron en el 2008, y, muy en especial, a Karol Acón, coordinadora general del *Segundo Informe del Estado de la Educación*, por su involucramiento sincero en muchos de los temas que abordamos en este trabajo. También nuestro agradecimiento para Ana Ruth Vílchez y Mario Castillo de la Editorial Tecnológica por su apoyo para la publicación de este libro.

Ángel Ruiz

Presidente Comité Interamericano de Educación Matemática
Catedrático de las Escuelas de Matemática de la Universidad de Costa Rica y la
Universidad Nacional
angelruizz@racsa.co.cr
<http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz>

8 de mayo del 2009



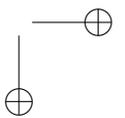
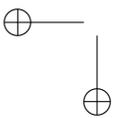


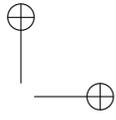
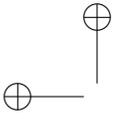
Capítulo 1

EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DOCENTE: *TENDENCIAS INTERNACIONALES*

¿Cómo establecer un acertado diagnóstico de la formación docente en enseñanza de las Matemáticas? ¿Y cómo trazar sus mejores perspectivas? Se requiere, en primer lugar, poseer una óptica global, que integre la realidad nacional y a la vez acuda al contexto internacional más amplio. Por eso, nos parece importante concentrarnos, primeramente, en algunos de los principales “hallazgos”, “conclusiones” o ideas, que la evolución internacional en la Educación Matemática ha consignado y que pueden servir como un soporte académico para un diagnóstico y, en perspectiva histórica, para la construcción de los programas de formación en la enseñanza de las Matemáticas dentro de las universidades costarricenses.

Dos condiciones nos parecen brindan los elementos clave para nuestros propósitos: por un lado, el momento que atraviesa la Educación Matemática como profesión y disciplina, y, por el otro, una colección de resultados en torno a los aprendizajes y la enseñanza de las Matemáticas que la investigación y experiencia internacional señalan como hallazgos relevantes para estos quehaceres.





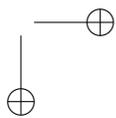
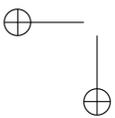
UNA NUEVA DISCIPLINA CIENTÍFICA Y PROFESIONAL

La reforma de las Matemáticas modernas: impactos múltiples

La reforma de las “matemáticas modernas”, en los años 50 y 60 del siglo XX, generó, tal vez como reacción, la necesidad de darle a la Educación Matemática un lugar específico como disciplina profesional y como ciencia (Ruiz y Chavarría, 2003). Aquella reforma buscó, desde la óptica e influencia de los matemáticos (Amit y Fried, 2002), redefinir los contenidos que se deberían enseñar en las escuelas y colegios para cerrar, entre otras cosas, lo que se percibía como una brecha entre las Matemáticas universitarias y las Matemáticas escolares (Amit y Fried, 2002).

Varias asunciones se encontraban presentes en la filosofía que dominó esta reforma: por un lado, que lo que había que subrayar eran los contenidos, y, por lo tanto, se trataba de establecer puentes para acercar los contenidos del currículo tradicional a los contenidos de las Matemáticas que se desarrollaban en las universidades (Ruiz, 2000). Es decir, no se trataba de suscitar cambios en la metodología de la enseñanza y aprendizaje (como, por ejemplo, sí habían propuesto H. Freudenthal, M. Kline y otros educadores). Por otra parte, en concordancia con esa visión, los matemáticos de las universidades eran los llamados a dirigir la arquitectura de esa nueva reforma. Una de las principales premisas en la base de esta visión era precisamente que no existía diferencia entre la Matemática y la Educación Matemática (Ruiz y Chavarría, 2003), se trataba simplemente de distinciones de nivel o profundidad de una misma práctica profesional (realizadas en instituciones universitarias o preuniversitarias). Con ese criterio, era apenas “normal” que los mejores exponentes de la práctica matemática comandaran las grandes líneas de desarrollo de la Educación Matemática en escuelas y colegios. Los matemáticos asumieron un espíritu “misionero” que tuvo grandes implicaciones (Ruiz, 2000).

Ya en los años 70 esta reforma había colapsado en la mayoría de países; en algunos despertó una reacción negativa muy fuerte que, por ejemplo, en los Estados Unidos, se llamó “back to Basics”: una vuelta a lo que existía antes de la reforma con énfasis en destrezas, procedimientos y memorización (Schoenfeld, 2004). Educadores, estudiantes y padres de familia rechazaron la reforma, en cada sector por distintas razones.



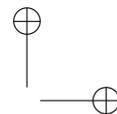
Recuadro 1.1**LAS MATEMÁTICAS MODERNAS EN COSTA RICA**

La enseñanza de las Matemáticas en Costa Rica en los últimos 40 años se ha visto fuertemente influida, al igual que sucedió en otras partes del mundo, por la reforma de las Matemáticas Modernas (véase Thom, R. 1980, Kuntzman, J. 1978, Consejo Nacional de Maestros de los Estados Unidos 1963, y Fehr, Camp y Kellogg 1971). Gracias a la presencia del Dr. Bernardo Alfaro Sagot en la primera *Conferencia Interamericana de Educación Matemática* realizada en Bogotá, Colombia, en 1961 (véase Ruiz, A. 1992), Costa Rica obtuvo de primera mano un contacto con las tendencias dominantes en la Educación Matemática que se propulsaban en ese momento. Es así como en el año 1964, y casi por una circunstancia fortuita, se introducen nuevos programas de matemática para la educación secundaria en Costa Rica (Barrantes, H. y Ruiz, A. 1991). En los mismos son introducidas algunas de las orientaciones de las Matemáticas modernas: el énfasis en estructuras algebraicas, presencia amplia de la teoría de conjuntos como lenguaje y contenido, sobrestimación de aspectos formales y del lenguaje en el tratamiento de los conceptos matemáticos, disminución de la relevancia de la geometría euclidiana, énfasis en álgebra y funciones, y ausencia de consideraciones pedagógicas y estrategias didácticas apropiadas. Curiosamente, libros de protagonistas centrales de la misma no adoptaron todas las implicaciones de la reforma (como, por ejemplo, Alfaro, B. 1964). Entre ese último año y 1995 los programas de matemáticas oficiales, por ejemplo, no se vieron fuertemente alterados. En correspondencia con las nuevas orientaciones, se dieron textos, capacitación de profesores en servicio y construcción de programas de formación en las universidades. El sentido de la educación y la ciencia en un país periférico siempre posee un papel diferente al que tiene en países más desarrollados (Vessuri, H. 1993), más determinante (por eso, la influencia de las reformas o ideologías asumidas perdura más).

Tomado de Ruiz, Chavarría, y Mora (2003).

Contenidos matemáticos y situaciones de enseñanza y aprendizaje

Antes, durante y después de esta reforma, se dieron importantes reflexiones y discusiones sobre la naturaleza del currículo en la Educación Matemática: precisamente, metas, fines y objetivos del mismo. Esto, por supuesto, implicaba



percepciones sobre la sociedad y la cultura (Ruiz, 2000). El concepto de currículo cambió en los años 70: de una concepción reducida a los contenidos matemáticos a una nueva perspectiva con objetivos, aproximaciones de enseñanza y formas de evaluación (Niss, M. 2000). Se percibe entonces la distinción más moderna entre lo que son programas de formación o temarios de enseñanza (basado en contenidos y algunas indicaciones para un nivel) y el currículo en la nueva perspectiva más amplia (Hershkowitz, Dreyfus, Ben-Zvi, Friedlander, Hadas, Resnick, Tabash, Schwarz, 2002). Estas diferencias se apreciarían en los programas oficiales de Costa Rica (no solo en matemáticas), por ejemplo, a principios de la década de los 90.

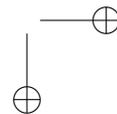
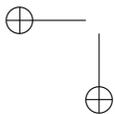
Los años 70 vieron cómo las fronteras de la investigación sobre el currículo se expandían para incorporar nuevas áreas:

- El desarrollo curricular.
- La formación del educador (inicial y continua).
- Las condiciones profesionales del educador en servicio.
- La estructura de creencias del educador que influyen en la práctica de la enseñanza de las Matemáticas.
- La práctica en el aula (social y cognoscitivamente).
- La antropología y sociología de la Educación Matemática (instituciones, sociedad, cultura).
- La Etnomatemática.

De un currículo orientado por los contenidos y, en particular, la estructura y las necesidades teóricas matemáticas, se ha pasado, en primer lugar, a un currículo preocupado esencialmente por las dimensiones metodológicas y pedagógicas asociadas con las Matemáticas propiamente, y, en segundo lugar, se ha expandido la investigación y la práctica hacia una colección de tópicos y actividades distintas y específicas a la nueva visión de la Educación Matemática.

La Educación Matemática

Una de las principales conclusiones sobre lo que hemos reseñado señala la existencia de una disciplina distinta a las Matemáticas y a la pedagogía



en general: un espacio profesional y una ciencia con fisonomía y perfil independientes:

- La Educación Matemática posee objetos, métodos, parámetros de validación y organización de sus comunidades profesionales y científicas, diferentes de las Matemáticas (Ruiz y Chavarría, 2003).
- Sus propósitos no se encuentran en la generación de conocimiento matemático y, por ende, tampoco en una docencia asociada a esos fines, salvo cuando la Educación Matemática (vista como categoría general) refiere a este segmento específico de la academia y la ciencia y, aun en ese caso, su perspectiva es diferente (Ruiz y Chavarría, 2003).

Recuadro 1.2

EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y MATEMÁTICA: *DISTINCIONES*

Aunque la profesión de enseñar matemáticas es parte de la historia y la cultura del planeta desde hace mucho tiempo, sin embargo, se trata de una especialidad profesional que ha logrado una definición más precisa de su fisonomía en las últimas décadas. Hace algún tiempo se consideraba la enseñanza de las Matemáticas como un arte en el cual el éxito en el aprendizaje se encuentra en dependencia del dominio por parte del profesor de ese arte y de la voluntad y dedicación de los estudiantes. No existía una gran diferencia para las personas entre matemático y profesor de matemáticas, salvo en el nivel en que se enseñaba. Se trata, sin embargo, de una visión que todavía domina en las apreciaciones sobre la enseñanza de las Matemáticas que posee la población en general. Actualmente, se entienden ambas actividades académicas como profesiones distintas, con perfiles y funciones académicas y sociales diferentes. Los parámetros, entonces, para medir las calidades de estas profesiones son distintos. No es, por supuesto, que no existe intersección entre ambas, y más aun debe haber una relación estrecha; como comenta Mark Saul: “la próxima generación de matemáticos debe ser capaz de interactuar más de cerca con educadores y examinar juntos las estructuras cognitivas y matemáticas que permitan haya una pedagogía reflejo de estructuras de alto nivel” (Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M., 2000). Y, más aun, es esencial entender la vital relación entre matemáticas y Educación Matemática, ya en un sentido teórico. Como bien señala Godino:

Recuadro 1.2. Continuación

... cuando adoptamos un modelo epistemológico apropiado sobre la actividad matemática y sus producciones culturales, la investigación sobre una parte importante de los problemas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas adquiere connotaciones propias de la investigación matemática, no en cuanto a la organización deductiva de los resultados matemáticos, sino en lo referente a los procesos de reinención y descubrimiento que se ponen en juego en ambas disciplinas. Si atendemos a estos procesos, la Didáctica de la Matemática se relaciona estrechamente con la actividad matemática, pudiendo aportar descripciones y explicaciones del propio desarrollo de la Matemática, concebida como una construcción humana. (Godino, 2000)

Sin embargo, es también importante subrayar las diferencias y los elementos de definición propios que las separan para comprender mejor cómo se complementan o cómo pueden participar dentro de una perspectiva científica o académica común. Como señala Schoenfeld con toda justicia:

... la investigación sobre Educación Matemática (en el nivel de pregrado) es una empresa muy diferente de la investigación en matemáticas, y que la comprensión de las diferencias es esencial para poder apreciar el trabajo en este campo (o mejor aún, contribuir a dicho trabajo). Los descubrimientos son raramente definitivos; usualmente son sugestivos. La evidencia no es del tipo de las demostraciones, sino que es acumulativa, progresando hacia conclusiones que se pueden considerar como fuera de una duda razonable. Una aproximación científica es posible, pero se debe tener cuidado para no ser cientifista -lo que cuenta no son los adornos de la ciencia, tales como el método experimental, sino el uso del razonamiento cuidadoso y los estándares de evidencia, empleando una amplia variedad de métodos apropiados para la tarea correspondiente. (Schoenfeld, 2000)

En este punto, se vuelve importante hacer una breve distinción acerca de las diferencias entre matemáticas y Educación Matemática. En primer lugar, las Matemáticas orientan su quehacer, en esta etapa de su evolución, hacia objetos

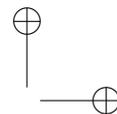
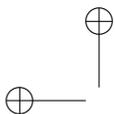
Recuadro 1.2. Continuación

abstractos. La Educación Matemática se dirige hacia las actividades, resultados y construcciones teóricas realizadas por individuos. De esta forma, se trata más bien de una ciencia social. Hay aquí una clara diferencia cualitativa. Los factores sociales que intervienen en la Educación Matemática son muchos y esto hace que se establezca una relación privilegiada con otras disciplinas científicas que abordan el objeto social. No es el caso de las Matemáticas. Esto significa, por ejemplo, a la hora de presentar los resultados de investigación o de acción en la Educación Matemática hay una referencia a individuos de carne y hueso y sus contextos. Mientras tanto, en las Matemáticas sus resultados de investigación están desprovistos al máximo, y esto es lo conveniente, de los entornos sociales e individuales que pueden intervenir en su construcción cognoscitiva. Puesto en otros términos, mientras que el contexto puede no ser relevante, a veces más bien una limitación en las Matemáticas, en la Educación Matemática sucede lo contrario: el contexto es esencial.

En segundo lugar, precisamente por lo anterior, la intensidad o el grado de interdisciplina o transdisciplina que existe en la Educación Matemática son mucho mayores que en la Matemática. En esta última es posible integrar álgebra y geometría, topología y análisis, etc., pero la distancia teórica entre estos campos es distinta a la que existe, por ejemplo, entre psicología y matemática, lingüística y sociología. Esto significa, para empezar, que la actitud multidisciplinaria y transdisciplinaria en la Educación Matemática es un requisito teórico y práctico. Lo que no sucede con las Matemáticas de la misma manera o con la misma intensidad. Precisamente, por acercarse más a las ciencias sociales, hay una gran cantidad de nociones y conceptos poco precisos en la Educación Matemática. Más aún, es posible tener diferentes aproximaciones al significado de estas nociones, objetos y conceptos. Mientras tanto en las Matemáticas se tiene un alto nivel de precisión en los conceptos y objetos utilizados dentro de sus teorías.

Además, el impacto social de la Educación Matemática es de una naturaleza diferente al que provoca la Matemática. Su relación con la educación y todos los procesos formativos de una sociedad la coloca fuertemente en el territorio de la política y los lineamientos presentes en el desarrollo de las sociedades.

Por otro lado, las características de progreso cognoscitivo son distintas en matemáticas y en Educación Matemática. La frecuencia de los cambios y la presencia de saltos cualitativos con un impacto de transformación elevado son mayores en la Educación Matemática.

**Recuadro 1.2. Continuación**

Debe decirse, sin embargo, que las Matemáticas aplicadas poseen en esto una relación más estrecha con la Educación Matemática que las Matemáticas puras. Las primeras sin ser una ciencia social deben interpretar y usar necesariamente los contextos sociales y las construcciones teóricas en este campo.

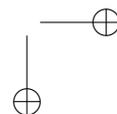
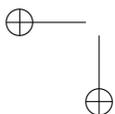
Estas pocas diferencias, que apenas hemos resumido, revelan dos lógicas científicas en la construcción cognoscitiva y la comunicación social de los resultados obtenidos.

Tomado del artículo de Ruiz y Chavarría (2003).

APRENDIZAJES, EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DOCENTE: ALGUNOS HALLAZGOS**El aprendizaje y la enseñanza**

Para abordar la composición de un currículo para la formación docente en Educación Matemática conviene mencionar algunos de los principales hallazgos generales en cuanto al aprendizaje, ampliamente consignados por las investigaciones realizadas en las últimas décadas:

- El conocimiento disciplinar a enseñar-aprender debe ser coherente e integrado (mostrar sus relaciones internas) y en la mayoría de sus temas se debe privilegiar la profundidad y no la cantidad (Bransford, Brown, y Cocking, 2000, p. 16).
- Son importantes los estudios cognoscitivos y prácticas metacognitivas (Bransford *et al*, 2000, p. 21).
- Es crucial el conocimiento pedagógico del contenido en el educador.
- El conocimiento y las creencias que traen los estudiantes deben incorporarse en la formación docente.
- La “transferencia” o la “devolución” en el aprendizaje (enfrentar situaciones nuevas) es un objetivo básico.
- Se deben subrayar los aprendizajes activos y cooperativos.

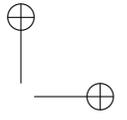
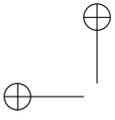


Veamos este último. La labor en las instituciones educativas y aulas debe estar centrada en el aprendizaje y el estudiante (conocimiento, destrezas y actitudes de los alumnos) y no tanto en el educador, métodos educativos o contenidos en sí mismos (Bransford *et al*, 2000, p. 23). De igual manera, la investigación ofrece múltiples ejemplos de cómo el aprendizaje cooperativo permite el aprendizaje de estrategias o procedimientos o soluciones que no se pueden desarrollar por una vía individual (Gauvain y Rogoff, 1989; Kruger, 1992; Teasley, 1995; Webb, 1991). Un ejemplo es la lectura recíproca (Rosenshine y Meister, 1994). No obstante, también se sabe que no toda estrategia cooperativa sirve, depende de la orientación (Siegler, 2003). Hay estrategias específicas, por ejemplo, el uso de la conversación y discusión en la clase requiere un sentido de las Matemáticas bien conectado con el dominio de la argumentación matemática, paciencia y experiencia acumulada para tener éxito (Choppin, J., 2007) y, además, que se incluya primero una base colectiva de mutuo respeto y participación equitativa (Chapin y O'Connor, 2007, p. 126).

Recuadro 1.3

SOBRE EL EDUCADOR

- Los educadores necesitan dominar tanto el contenido de su materia así como de su enseñanza.
- Los educadores necesitan desarrollar comprensión de las teorías del conocimiento (epistemología) que guían la materia de la disciplina en la cual trabajan.
- Los educadores necesitan desarrollar una comprensión de la pedagogía como una disciplina intelectual que refleja teorías de aprendizaje, incluyendo conocimiento de cómo las creencias culturales y las características personales de los estudiantes influyen su aprendizaje.
- Los educadores son ellos mismos estudiantes y los principios de aprendizaje y transferencia que se aplican para todos los estudiantes también se aplican a ellos mismos.
- Los educadores necesitan oportunidades para aprender acerca del desarrollo cognoscitivo de niños y adolescentes y el desarrollo de la evolución de su pensamiento, para así saber cómo construir sus prácticas de enseñanza sobre el conocimiento previo que poseen los estudiantes.

**Recuadro 1.3. Continuación**

- Los educadores necesitan desarrollar modelos de su propio desarrollo profesional que estén basados en un aprendizaje para toda la vida, y no tanto en un modelo de actualización del aprendizaje, para así tener marcos de referencia apropiados para guiar el planeamiento de su profesión.

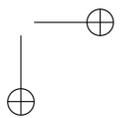
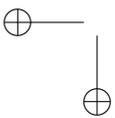
Tomado de (Bransford *et al*, 2000).

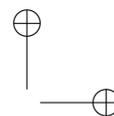
La comprensión de conceptos y el aprendizaje de procedimientos

Existe evidencia que, en la formación de profesores, una comprensión conceptual de las Matemáticas y no algorítmica posee un impacto importante positivo en la manera en la que el educador desarrollará sus lecciones (Fennema y Loef Franke, 1992, p. 151); en particular, éste enseñará favoreciendo el entendimiento conceptual (Fennema y Loef Franke, 1992, p.153). Y la prioridad a lo conceptual, se ha establecido, beneficia el aprendizaje tanto de conceptos como de los procedimientos.

La resolución de problemas

Con base en la perspectiva desarrollada por el matemático húngaro G. Pólya (1945, 1954), en la década de los 80 se rescataron y ampliaron diversos trabajos que asumieron la resolución de problemas como la perspectiva medular para los procesos de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. Particularmente relevantes fueron los trabajos de A. Schoenfeld (1985, 1992). La idea central establece que la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas debe *simular* en gran medida los procesos de construcción matemática. Se asume que la esencia de éstos es precisamente la propuesta y resolución de diversos problemas a través, entre múltiples instrumentos, de heurísticas (es decir procedimientos específicos directos o indirectos que potencian las posibilidades de resolver un problema planteado). La investigación muestra que si la enseñanza en el aula se concentra solo en el conocimiento matemático, se les quita a los estudiantes aprendizajes cruciales en el conocimiento para resolver problemas. Si esta perspectiva se

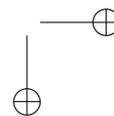
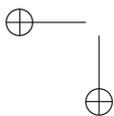


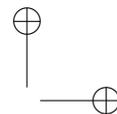


asume con cierto radicalismo es posible verla como una visión curricular y pedagógica que integra una gran cantidad de diferentes componentes de la investigación y la práctica en la Educación Matemática.

La resolución de problemas tuvo su *boom* en los Estados Unidos en la década de los 80 y parte de los 90. Puede decirse que este enfoque logra integrar, en su medida, las visiones diferentes de Piaget y de Vygotsky para la acción en el aula (Lambdin y Walcott, 2007, p. 15). Debe recordarse que para los constructivistas los niños inventan sus propios métodos de hacer matemáticas que son distintos (y por eso más “adecuados”) de aquellos de los educadores. Una enseñanza a través de la resolución de problemas y mediante un aprendizaje constructivista se coloca bien dentro de la orientación que afirma que el compromiso de los estudiantes en su actividad de descubrir y trabajar sus propias aproximaciones provoca el conocimiento y dominio de las Matemáticas. Al mismo tiempo, para el socioculturalista la resolución de problemas permite muy bien la interacción colectiva y social, que es su foco principal de atención. El auge se consignó por ejemplo en el influyente documento del *National Council of Teachers of Mathematics: An Agenda for Action*, de 1980, que afirmaba “la resolución de problemas debe ser el foco de la Matemática escolar” (Lambdin y Walcott, 2007, p. 15). Desde ese momento se planteó que el currículo matemático fuera organizado alrededor de la resolución de problemas. Debe decirse, sin embargo, que se buscaba dar una respuesta al “back to Basics” de los 70, enfocado en destrezas y algoritmos (que había demostrado que no servía tanto en el aula) como a propósitos nacionales que subrayaban la urgencia de potenciar la ciencia y la tecnología. El enfoque de *An Agenda for Action* fue, sin embargo, muy básico: simplificando, contextualización de conceptos y métodos matemáticos (Schoenfeld, 2004, p. 258). A finales de esa década el enfoque fue “refinado” al apuntarse una enseñanza *a través* de la resolución de problemas (para el desarrollo de la comprensión de los conceptos y destrezas matemáticas) y no solo una enseñanza *sobre* la resolución de problemas o *para* la resolución de problemas (enseñar métodos de resolución de problemas) (Olkin y Schoenfeld, 1994, p. 43).

Desde la década de los 80 otros países han buscado incorporar en sus planes en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas la resolución de problemas de manera significativa. Países como Japón, Corea y Finlandia, donde existen currículos nacionales, de diferentes maneras desarrollaron estrategias para el





aula y sus currículos con esta perspectiva. Pruebas comparativas internacionales parecen indicar que esta orientación ha tenido un impacto positivo en estos países. Tanto la organización de la lección en Japón como los procesos de formación continua que poseen, han sido estudiados extensamente debido a los logros en matemáticas obtenidos por los estudiantes de este país. El corazón de la lección japonesa de matemáticas es la resolución de problemas, en particular, es relevante la aproximación llamada “open-ended” (Becker y Shimada, 2005).

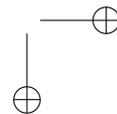
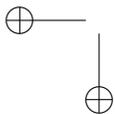
¿Cuáles son las lecciones principales de estos resultados?

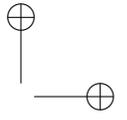
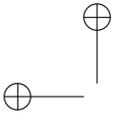
- Cuando se asume la resolución de problemas como perspectiva curricular y del trabajo en el aula, el método condiciona el contenido. Esto rompe radicalmente con la filosofía de la reforma de las Matemáticas modernas de los años 60, que proponía para la Educación Matemática una estrategia basada precisamente en los contenidos matemáticos.
- El currículo para la formación de docentes de matemática debe tener su organización y lógica ancladas en una perspectiva de construcción de estas situaciones o problemas de aprendizaje que, aunque referidas o derivadas de las Matemáticas, no son consecuencias de esta última. Es decir: objetivos, métodos, contenidos, evaluaciones, en este currículo deben plantearse armados con esta visión poderosa que, aunque todavía inacabada, es uno de los principales hallazgos en la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas.
- Asumir esta perspectiva, sin embargo, es una estrategia de largo plazo.

¿Cómo debe usarse la Historia de las Matemáticas?

Algunos de los resultados sostienen que el uso de la historia en la formación del educador matemático debe incorporarse de varias maneras:

- Como un eje transversal en la formación del educador matemático. en la aprehensión de los contenidos propiamente matemáticos, ofreciéndoles los contextos sociohistóricos que permiten entenderlos con mayor profundidad. Todos los grandes cuerpos teóricos de las Matemáticas están asociados a contextos históricos sociales e individuales. La historia debe ser parte de los cursos de matemáticas.





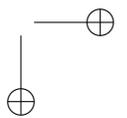
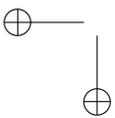
- Debe ser un curso propio especializado: elementos históricos aislados y dispersos por más importantes que sean en la formación, no son suficientes para mostrar relaciones y perspectivas más generales que la historia de la disciplina posee.
- Los cursos de historia de las Matemáticas deben asumir, también, como objetivos la generación de competencias en la utilización de la historia en el aula. Muchos resultados en didáctica de la Matemática con base en la historia se han construido en los últimos años.

Investigación y formación continua

La investigación específica debe ocupar un lugar privilegiado en los planes de formación de los educadores matemáticos. Es decir: los currículos requieren importantes niveles de flexibilidad para incorporar los resultados de la investigación de la manera más rápida posible.

Es muy importante comprender que la formación inicial del educador matemático debe preparar para una formación continua: aportar conocimiento, visión, métodos, recursos, actitudes, competencias para seguir su formación. Si se piensa que la vida profesional de un educador puede ser de 30 o 40 años, es claro que la formación inicial representa apenas una pequeña parte de esa vida. Por lo tanto, la formación inicial debe verse condicionada de varias maneras por el resto de la vida profesional de un educador.

Está comprobado que una gran cantidad de conocimiento y formación docente solo se puede adquirir en el contexto de la enseñanza-aprendizaje, es decir enseñando (Fennema y Loef Franke, 1992, p. 162) y mediante una experiencia orientada por su formación inicial y por las condiciones que la institución o el país ofrezcan para su realización. Puesto en otros términos: las acciones de capacitación no son gratuitas o adicionales a la construcción del conocimiento que requiere el educador, son cruciales. Si se falla en aportar condiciones institucionales en el ejercicio profesional para la capacitación se provoca un serio daño en el éxito de la labor docente y el aprendizaje. Lo mismo sucede si la formación inicial no brinda los instrumentos teóricos y las competencias para la continuidad de la formación docente. Los países que han entendido esta dialéctica positiva y necesaria entre formación inicial y continua,



con el desarrollo de planes y recursos adecuados, han logrado éxito significativo en el progreso de su Educación Matemática (Siegler, 2003).

La investigación de aula dentro de la práctica profesional es un componente que nutre la Educación Matemática como disciplina.

Estos elementos que hemos señalado subrayan lo que ha sido consignado sistemáticamente en la Educación Matemática internacional: el potenciar las parejas acción-investigación, educador-investigador.

Un importante ejemplo en el mundo de formación continua, investigación y desarrollo profesional lo constituye la “lección estudio” japonesa, que ha sido centro de interés en la Educación Matemática desde hace bastantes años (Isoda, Stephens, Ohara y Miyakawa, 2007). Se trata de un proceso de preparación de lecciones como producto de la actividad de grupos de educadores alrededor de un tópico específico.

Recuadro 1.4

LA INVESTIGACIÓN EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La investigación ha sido uno de los temas claves en la Educación Matemática de los últimos años. Y una discusión interesante se ha dado en torno a si debe haber una separación entre investigación y acción educativa. Es decir, si debe realizarse la investigación por un sitio y la actividad profesional en la clase (la del profesor) por otro. En esto ha habido varias posiciones. Por ejemplo, la escuela francesa de la didáctica de las Matemáticas, como en el caso de Brousseau, ha afirmado tajantemente que debe establecerse una clara separación entre ambas. Es decir:

En las experiencias del didacta, conviene, por el contrario, que se respeten ambas lógicas. Se ejercen dialécticamente, conducidas por personas diferentes, dotadas de poderes equilibrados. Es preciso que el profesor pueda estar completamente orientado hacia el objetivo de enseñanza que le está asignado y que las condiciones en las que ejerce esta acción estén fijadas explícitamente, casi contractualmente, por otro. El enseñante puede aceptar o renunciar a cada instante a proseguir, según piense poder actuar de la mejor manera por el bien de los alumnos o no. Es responsabilidad del investigador el saber si las condiciones

Recuadro 1.4. Continuación

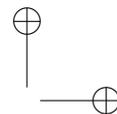
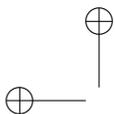
realizadas son precisamente aquellas para las que él había previsto realizar observaciones. Para conseguir que el enseñante no pueda ni ser desposeído de la autonomía que necesita, ni actuar como propietario de la clase y mostrar sólo lo que él quiere, hace falta que la didáctica disponga de algo más que una vaga ideología; necesita sólidos conocimientos sobre los propios fenómenos. (Brousseau, 1991)

Con ello, se separa de visiones que sostienen la conveniencia de incorporar la investigación como parte de la práctica profesional misma y realizarla con los profesores a la vez, como Jeremy Kilpatrick (1988): “Una barrera continua para el cambio es el fallo de los investigadores y profesores en nuestro campo para caminar juntos en la empresa de investigación. (...) parece que algo no funciona teniendo a un grupo decidiendo qué hacer y otro haciéndolo”.

La distinción y separación de ambas actividades es, sin duda, conveniente, en especial si se apuntala como una disciplina científica. Debe haber especialización de tareas. No obstante, hay investigación a realizarse en el aula y por el enseñante, que debe verse también como parte del proceso de formación profesional y mejoramiento de las calidades del enseñante. Ambas cosas no están reñidas.

En los últimos años, debe consignarse, las diferentes escuelas de pensamiento en la Educación Matemática empujan hacia posiciones menos extremas y opuestas. No sólo al enfatizar la separación entre investigadores y profesores en servicio, y sus dominios de intervención, sino también en lo que se refiere a diferentes métodos y enfoques. En los años 1970 y 1980 se vio un gran énfasis en enfoques psicoestadísticos con base en la influencia de la psicología de la Educación Matemática (en particular, de la epistemología genética). En los últimos años otro tipo de metodologías han ocupado un mayor espacio: interpretativo, etnográfico, antropológico, etc. (Godino, 2003). En realidad, dos tipos de investigación se han dado siempre: por un lado, una orientación de tipo positivista (que enfatizan la búsqueda de leyes y estrategias cuantitativas) y por otra parte, una orientación más interpretativa (que enfatiza los significados personales de los fenómenos y las interacciones de los participantes en los procesos cognoscitivos). La integración o complementariedad de estos enfoques es también un asunto que se encuentra en las reflexiones y discusiones de la comunidad de educadores de la Matemática.

Tomado de Ruiz, Chavarría y Alpízar (2003).



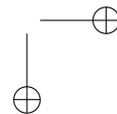
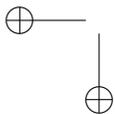
Perspectivas de las tecnologías digitales

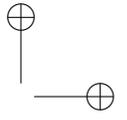
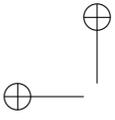
Hasta ahora las Tecnologías de la Información y la Comunicación, TICs, generales más que las específicas para las Matemáticas han ocupado el foco principal para el progreso de la Educación Matemática (Heid, 2005, p. 354).

Estas tecnologías, bien entendidas, pueden ser el mejor aliado para desarrollar una estrategia de resolución de problemas en el aula.

De cara al futuro, con Heid (2005), podemos señalar ciertos elementos en desarrollo que, pensamos, presionan a modificaciones curriculares importantes:

- Uso amplio de instrumentos tecnológicos de cómputo (aritmético, algebraico, etc.) y de tecnologías de graficación funcional o geométrica, con menor o mayor dinamismo, que, sin embargo, aunque se expandirán cada vez más son apenas una pequeña parte de los medios que presionan la educación contemporánea.
- Presencia de más representaciones matemáticas y experiencias más cinemáticas y sensoriales en el aula de matemáticas; con lo que, también, se convoca una visión distinta de las Matemáticas: más asociada con la realidad física y social. Se invoca un fortalecimiento de las filosofías de las Matemáticas que subrayan estas dimensiones de los quehaceres matemáticos.
- Potenciación de formas de razonamiento que responden al impacto de las tecnologías de análisis de datos y modelización (estadística, probabilidades, matemática discreta): por ejemplo, se invoca una relación distinta entre lo deductivo, probable y conjetural. Hasta ahora ha dominado la visión que apuntala solo el razonamiento lógico-deductivo como objetivo medular de la Matemática y su enseñanza. El nuevo contexto tecnológico presiona en una dirección más amplia.
- Al existir una ampliación de los espacios tecnológicos para la experimentación matemática por parte de los estudiantes se favorece una percepción diferente de las mismas (por ejemplo, es “útil”, es más tangible, etc.), que es vital para asegurar la motivación para el aprendizaje.
- Fortalecimiento de la virtualidad en la comunicación, interacción, y en la construcción cognoscitiva-pedagógica que no solo interviene en las





relaciones educador-estudiante, sino en aquellas relaciones horizontales entre estudiantes que son muy importantes para los objetivos cooperativos dentro del aprendizaje.

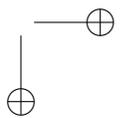
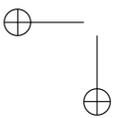
- El uso radical del Internet en diferentes modalidades y potencialidades amplía y modifica los entornos de aprendizaje y por ende los objetivos y métodos educativos, entre ellos los relativos a competencias de selección, orientación en la red, procesamiento y síntesis.

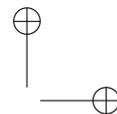
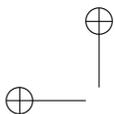
El currículo escolar no puede quedar intacto. Además, debe decirse con fuerza: el uso de estas tecnologías no impacta mecánicamente en el mejoramiento de la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas (Niss 1999; Maurer 2000). Más aun: un mal uso debilita el aprendizaje. Entonces: la lección más amplia es que una reconstrucción de la disciplina y la pedagogía debe acompañar la innovación tecnológica (Lesh y Lovitts, 2000; Roschelle *et al.*, 2000; Bottino y Chiappini, 2002). La organización y naturaleza de situaciones de aprendizaje o problemas que debe concentrar la Educación Matemática se modifican por la tecnología. Determinar con precisión el lugar exacto dentro del currículo (contenidos, métodos, lógica, objetivos) que debe transformarse es sujeto de múltiples investigaciones en el mundo.

La lección: un punto de partida

Una de las consecuencias de colocar como su foco los objetos pedagógicos en la Educación Matemática es el énfasis en los asuntos específicos de aula. Es decir, una buena parte de la práctica que realiza el profesional en la Educación Matemática es desarrollada en el contexto del aula y, por lo tanto, los propósitos e investigaciones sobre la misma han ocupado un lugar predominante. Los asuntos como el papel del profesor (la colección de instrucciones), la organización de los estudiantes (las modalidades de participación), el influjo de los entornos escolares institucionales, la infraestructura, los recursos... han sido temas de estudio sistemáticos.

¿Cuáles son las características de las lecciones de matemáticas en el mundo? Varios estudios comparativos han buscado algunas respuestas a esa pregunta, con el propósito de extraer información sobre algunas prácticas convenientes o exitosas que pueden utilizarse o aplicarse en otros contextos. Las conclusiones





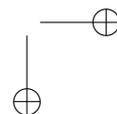
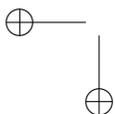
apuntan a diferencias relevantes en la labor de aula, y a que se trata de prácticas insertas en contextos culturales precisos y, por lo tanto, no resulta tan simple obtener recetas generales. Stigler y Hiebert (1999) revelan la existencia de interesantes características de la lección japonesa. Algunas de las características de ese patrón son, primeramente el esquema específico de desarrollo de la clase:

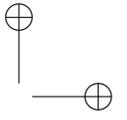
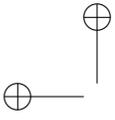
- revisión de la lección anterior,
- presentación del problema del día,
- trabajo individual o en grupo sobre resolución de problemas,
- discusión de los métodos de solución, y
- énfasis en los puntos importantes y resumen de la lección.

Según Shimizu (2007, p. 185) las características únicas de las lecciones de matemáticas japonesas son, resumidamente:

- presentación de problemas matemáticos que valen la pena de introducir en el aula (que son relevantes o interesantes matemáticamente),
- énfasis en la realización de conexiones matemáticas dentro de la lección y a lo largo de varias lecciones (coherencia cognoscitiva e interrelaciones),
- presentación e intercambio sobre los métodos diversos de solución dados por los estudiantes (participación activa de los estudiantes),
- clarificación de los objetivos de la lección (resumen por parte del profesor, cierre intelectual y pedagógico de la lección).

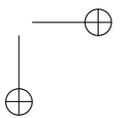
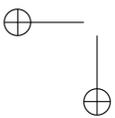
Clarke, Emanuelsson, Jablonka, y Mok (2006), que estudiaron unidades didácticas completas (varias lecciones) y las perspectivas del que aprende, han mostrado, recientemente, que otras organizaciones de la lección han provocado resultados exitosos en el aprendizaje. Por ejemplo, el caso de Hong Kong (que tuvo resultados similares a Japón en la prueba TIMSS 1999), donde la complejidad de procedimientos usados en los problemas de aula es muy diferente (Clarke, Emanuelsson, Jablonka, Mok, 2006, pp. 6-7). De igual manera hay grandes diferencias en el tiempo de la lección destinado a la revisión de la lección anterior en Japón y Hong Kong. A lo que esto apela es a que no se puede establecer una correlación mecánica entre una forma específica de organizar la

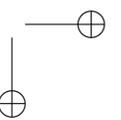
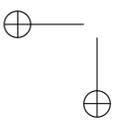
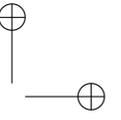
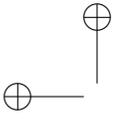


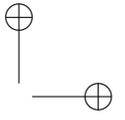
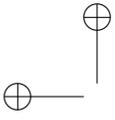


lección y los resultados alcanzados por los estudiantes en pruebas comparativas internacionales.

Estos asuntos se deben de tomar en cuenta a la hora de pensar en el diseño de currículos para la formación docente en enseñanza de la matemática, sin embargo, son insuficientes para establecer un esbozo de marco teórico que permita nutrir esa formación. Se requiere abordar el complejo tema de las competencias y los conocimientos que debe tener el educador matemático. Para ello analizaremos las principales tendencias y hallazgos que sobre el mismo existen internacionalmente.





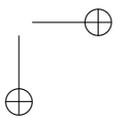
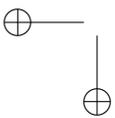


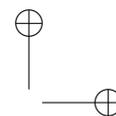
Capítulo 2

COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTO

Uno de los temas importantes en la investigación en educación matemática ha sido el de los conocimientos que debe tener el educador matemático, y, por lo tanto, en particular, en la composición de materias en su formación inicial y continua.

Estos conocimientos no pueden establecerse solamente con base en la lógica de contenidos o de las compulsiones de las academias. Sin duda, todo apunta en una dirección: establecer los conocimientos y los objetivos de una formación inicial en función de la práctica profesional. Varias razones apuntan en esa dirección. Mientras que la formación inicial representa un puñado de años (por más decisiva que sea) la vida profesional de un educador representa un periodo muchísimo más amplio, que debe contener progresos importantes en la enseñanza que requieren de una formación inicial apropiada. Muchos de los conocimientos para la enseñanza, por otro lado, solo se pueden adquirir en la práctica, y esto obliga a tener en el arsenal de las instituciones formadoras de maestros resultados y conocimientos generados en esa labor de aula. Esto es, sin embargo, apenas un punto de partida, un esqueleto que requiere carne. Porque, para empezar, todos los currículos pretenden que la formación otorgada sea





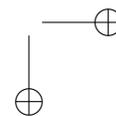
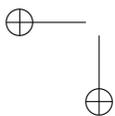
edificante en la práctica profesional. Por eso se puede convertir en una buena intención, y nada más. De lo que se trata es de darle significado preciso a esa voluntad.

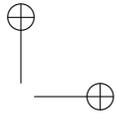
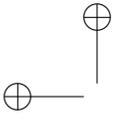
¿Cómo se puede realizar esta convergencia entre formación inicial y continua? Una de las maneras evidentes apunta a que muchos de los tópicos que deben tratarse en las instituciones formadoras de educadores matemáticos sean extraídos de la práctica profesional misma (resultados, elementos cognoscitivos, necesidades). En estas instituciones se deberá invocar la investigación internacional de primer orden, las experiencias más amplias, la elaboración teórica más profunda, pero en función de la labor profesional. Esto, como hemos reseñado en este libro, no ha sido lo dominante en la formación de educadores.

Si se acepta la visión metodológica de asumir la práctica profesional como un fundamento para la formación inicial de educadores, se requiere del desarrollo de procesos de convergencia entre academias, formadores de formadores, educadores en formación y educadores en servicio. Una sinergia constructiva que demanda plataformas sociales y académicas así como voluntades apropiadas. Solo si se posee esta visión de la formación inicial se logrará una feliz convergencia

Lo que se plantea aquí en el fondo es la búsqueda de un “matrimonio” edificante entre academia, sociedad y usuarios (estudiantes y educadores). En la práctica profesional no intervienen solamente conocimientos, también habilidades, valores, actitudes. Y éstos no se encuentran por separado. ¿Cómo romper con los currículos basados exclusivamente en contenidos y en las necesidades de las academias? Podemos decir que no hay una receta para hacerlo. En algunos casos, acciones y proyectos de trabajo conjunto estrecho de los formadores de educadores con educadores en servicio pueden resultar suficientes. En otros una combinación de cambios curriculares y acciones de educación continua pueden servir.

En las páginas que siguen nos vamos a valer del concepto de *competencia* para nutrir una propuesta que lo que persigue es darle cuerpo a esa perspectiva de reorientar los currículos de formación de educadores hacia la práctica profesional. El concepto posee varias ventajas y también desventajas. Pensamos, sin embargo, que las primeras son mayores que las segundas. Vamos a comenzar





por el significado de las competencias educativas, y luego nos dirigiremos a las profesionales.

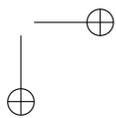
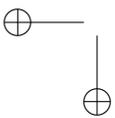
COMPETENCIAS

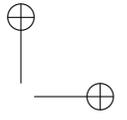
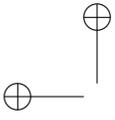
Desde hace bastantes años muchos sistemas educativos han adoptado un enfoque por competencias educativas para establecer los lineamientos y el desempeño educativo. El concepto a veces se identifica con estándares o con capacidades logradas. Este enfoque ha sido usado mucho en la educación preescolar y primaria, e implica la definición del currículo escolar en términos orientados por las competencias educativas que se establecen: forma de evaluación, métodos de enseñanza, etc. Finlandia, por ejemplo, cuyo desempeño en PISA 2003 fue extraordinario, adoptó desde 1994 una reforma curricular escolar (primaria y secundaria) basada en competencias, y nuevas reformas educativas se realizan con frecuencia en este país. Las palabras-fuerza de *Aprender a conocer*, *Aprender a convivir*, *Aprender a hacer*, *Aprender a ser*, *Aprender a aprender*, que fueron potenciadas por la UNESCO desde hace bastantes años, refieren precisamente a competencias.

Tal vez, el concepto se remonta a Chomsky (1957) en relación con la Lingüística, quien señalaba las competencias en relación con dos dimensiones de dominio: capacidad, y manifestación de la misma, actuación o puesta en escena (“capacidades y disposiciones para la interpretación y la actuación”), y basado en la pareja competencia-desempeño. El enfoque de Chomsky se separaba del significado de competencia dentro del conductismo de Skinner, que admitía solo observables (por lo tanto solo el “desempeño” intersecaría la visión de Chomsky). En Piaget, por otra parte, se trataba de una condición abstracta que se aplica independientemente del contexto y en Vygotsky se apelaba a una capacidad determinada por la cultura y el factor social externo al sujeto. El enfoque por competencias escolares coloca sus énfasis en el estudiante y su desempeño, la enseñanza se integra dentro de esos énfasis.

Tal vez la idea más fuerte sea el pasar del “saber” al “saber hacer”.

Las *competencias profesionales* apuntan a aquellas competencias orientadas hacia un trabajo profesional. Podemos invocar una definición estándar:



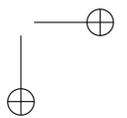
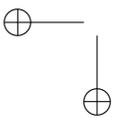


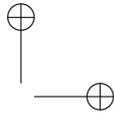
(...) se entiende por competencia el conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes (conjunto de saber, saber-hacer y saber estar) ejercidos en un campo desde la experiencia humana y necesarios para tener un puesto. De esta forma, la formación basada en competencias pretende ser un enfoque integral que busca vincular el sector educativo con el productivo y elevar el potencial de los individuos, de cara a las transformaciones que sufre el mundo actual y la sociedad contemporánea (Murillo, 2006, p. 30).

El concepto posee fuertes implicaciones en la construcción de currículos, en particular para los estudios universitarios. Si se entiende bien su significado, se da un énfasis en procesos y no en colecciones de contenidos *per se*. El diseño de un currículo por competencias apuntala una construcción por medio de problemas o situaciones con invocación de diferentes disciplinas. Un tema o proceso permite convocar diferentes disciplinas en su formación, por lo que se invoca la inter y transdisciplinariedad. De igual manera, se enfatizan las acciones didácticas en el aprendizaje y se coloca al estudiante como centro. Los mecanismos de evaluación apuntan a la medición no solo de resultados sino de los procesos mismos; las metodologías didácticas de proyectos, resolución de problemas, enseñanza para la comprensión, y trabajo grupal se ven beneficiadas. Por otra parte, apuntala la definición de perfiles profesionales: conjuntos de competencias que la formación debe proporcionar.

Existen diferencias en el lugar de las competencias dentro de las carreras universitarias: cuando lo que se persigue, por ejemplo, es provocar profesionales en investigación matemática universitaria, o si se busca un profesional en la ingeniería de construcción práctica de puentes. El papel de los requerimientos de la sociedad, de los entornos meta de trabajo o nichos profesionales afectan la estructura de las competencias. Es decir: hay en el papel de las competencias una ecuación que integra influjos sociales globales, influjos específicos del entorno laboral, e influjos de la academia (condiciones profesionales y cognoscitivas) que forma profesionales, todo en función de objetivos e intereses de aprendizaje.

Las competencias se han incorporado en la formación docente, como veremos, con gran intensidad. No obstante, este enfoque ha levantado, también, posiciones de precaución, o abiertamente crítica, sobre varios aspectos: por un lado, en tanto que una reducción estrecha y minimalista de competencias





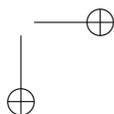
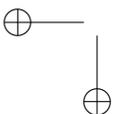
profesionales puede deteriorar la calidad de la formación del educador. Es decir, una debilitación de las condiciones del educador como profesional, conspira contra la profesionalización de la enseñanza:

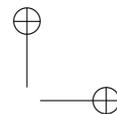
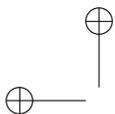
El potencial de modelos de competencias mínimas para la educación de maestros parece ser limitada. La mayoría de estos modelos de competencias mínimas enfocan los papeles y tareas de los educadores con una concepción muy estrecha. . . . dan la impresión de superficialidad. (Buchberger, 2000, p. 45).

En efecto, si los niveles de competencias son inapropiadamente bajos, se deteriora la formación del educador. No obstante, de lo que se trata es de tener una visión estratégica y con el norte en la calidad. Es una sana advertencia para definir con mucha claridad los límites de la formación de educadores y de las competencias de tal manera que incorporen como objetivo su desempeño como un verdadero profesional, fuerte capacidad de investigación, pensamiento crítico y autónomo. Se convoca una perspectiva histórica, una preparación para asumir transformaciones de la práctica docente en un contexto que ha hecho del cambio su quintaesencia.

Por otra parte, se ha criticado la utilización de las competencias como un recurso para gobernantes que desean “proletarizar” la labor educativa y construir un sistema inapropiado e indigno de exigencias y controles del trabajo del maestro: si el educador no posee las competencias se puede reducir su salario o despedirlos. Esta línea de argumentación basada en la “intencionalidad” de gobierno no nos parece muy fuerte para desacreditar el valor de las competencias como instrumento educativo y profesional. Gobernantes inescrupulosos pueden buscar debilitar las condiciones socioeconómicas de los educadores con o sin las competencias como medio.

La crítica más fuerte en nuestra opinión es la que afirma que el concepto de competencia profesional posee muchas acepciones o interpretaciones, y eso impide un uso apropiado que permita incluso la comparación de experiencias. Es cierto que existen muchas interpretaciones. Y eso es un verdadero problema. De lo que se trataría es de trabajar en una conceptualización apropiada que uniformice las interpretaciones. El tema no está agotado. ¿Cómo se debe operacionalizar la importancia que una institución o un país desee dar a cierto



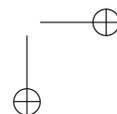
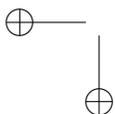


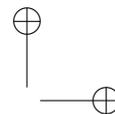
tipo de competencias? ¿Cómo se relaciona competencias y valores? ¿Cuál es el lugar de las competencias cognoscitivas?

Aquí no afirmamos las competencias profesionales como una panacea para la edificación curricular. Pero pensamos que definidos los términos adecuadamente, con suficiente precisión, es un marco útil para lograr distanciarnos de los modelos curriculares basados en la lógica cognoscitiva y en las academias solamente, e intentar plasmar una buena convergencia entre la formación inicial y la continua, con base en la labor profesional. La inercia en las instituciones formadoras de maestros es todavía muy fuerte. En muchas universidades lograr que se comprenda que el currículo debe responder a la práctica profesional directamente representa una fuerte batalla, donde muchas veces reina la incompreensión, la ignorancia, o la defensa a ultranza de posiciones o feudos cognoscitivos y profesionales.

Diseñar un currículo por medio de competencias profesionales no es, en todo caso, garantía de éxito. Se requieren otros ingredientes en la sopa. Se puede tener en el papel un currículo perfecto en cuanto a perfiles profesionales y con base en competencias, pero si la realidad de aula, la vida real, no da cuerpo a esa estrategia el resultado solo puede ser negativo. Nada cambiaría. Se requiere formación, actitudes, voluntades, experiencias, vínculos sociales y académicos, valores. Y no solo eso: los entornos sociales institucionales, nacionales o internacionales son factores que afectan la práctica profesional, y a veces son decisivos.

Como veremos, hay algunas experiencias internacionales muy importantes que se realizan en el mundo con base en competencias (*Tuning Europa y América Latina*, por ejemplo). La relevancia y recursos que se han dado a estos proyectos en estos últimos años pueden utilizarse para generar objetivos claves en la formación del educador matemático, con base en la inteligencia, perspicacia y lucidez. Si entendemos las competencias dentro de esas fronteras y con esos objetivos precisos, se dan menos posibilidades para que éstas sean solamente una moda pasajera en la educación internacional.





¿Que son las competencias matemáticas?

En el caso de la Educación Matemática, antes de seguir con las competencias profesionales, una de las aproximaciones más influyentes en cuanto al uso de competencias, en todos los niveles educativos, ha sido la desarrollada dentro del proyecto KOM (*Kompetencer Og Matematiklaering*, Competencias y el aprendizaje de las Matemáticas) que se dio en Dinamarca entre los años 2000 y 2002, con invocación gubernamental, y que buscaba responder a problemas en la Enseñanza de la Matemática de ese país. Sus resultados, sin embargo, se volvieron de aplicación allende las fronteras de Dinamarca. Se ofreció una nueva visión de lo que es una competencia matemática y cómo medirla.

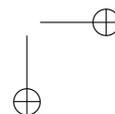
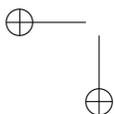
Antes de describir esta visión podemos mencionar también la aproximación del *National Research Council* de los Estados Unidos (2003), que plantea como habilidades matemáticas que los estudiantes deben adquirir de manera integrada:

- Comprensión conceptual.
- Fluidez en procedimientos.
- Competencia estratégica.
- Razonamiento estratégico.
- Disposición productiva.

La propuesta de Mogens Niss, director del KOM, sin embargo, nos parece más amplia. Una *competencia matemática*: “Significa la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en una variedad de situaciones y contextos internos y externos a las Matemáticas en los cuales las Matemáticas juegan o podrían jugar un papel” (Niss, 2002).

Niss (2002, 2003a, 2003b) plantea 8 competencias matemáticas organizadas en dos “clusters”:

- competencias para preguntar y responder acerca de, dentro y por medio de las Matemáticas y
- competencias de comprensión y uso del lenguaje y los instrumentos matemáticos.



El primer *cluster*:

Cuadro 2.1

NISS Y PISA 2003

COMPETENCIAS PARA PREGUNTAR Y RESPONDER ACERCA DE, DENTRO Y POR MEDIO DE LAS MATEMÁTICAS

<p>1. Pensar matemáticamente (dominio de modos matemáticos de pensamiento), por ejemplo:</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ plantear preguntas que son la característica de las Matemáticas, y saber las clases de respuestas (no necesariamente dar las respuestas ellos mismos o decir cómo obtenerlas) que las Matemáticas pueden ofrecer; ■ entender y manejar el alcance y limitaciones de un concepto dado. ■ ampliar el alcance de un concepto abstrayendo algunas de sus propiedades; ■ generalizar resultados a clases más amplias de objetos; ■ distinguir entre clases diferentes de afirmaciones matemáticas (incluso aseveraciones condicionadas ('si-entonces'), afirmaciones basadas en cuantificadores, asunciones, definiciones, teoremas, conjeturas, casos).
<p>2. Plantear y solucionar problemas matemáticos, por ejemplo:</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ identificar, plantear, y especificar clases diferentes de problemas matemáticos -puros o aplicados; sin límites determinados (abiertos) o cerrados; ■ solucionar clases diferentes de problemas matemáticos (puros o aplicados, sin límites determinados o cerrados), ya sea planteados por otros o por uno, y, de ser apropiado, de modos diferentes.
<p>3. Modelar matemáticamente (es decir analizar y construir modelos), por ejemplo:</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ analizar fundamentos y propiedades de modelos existentes, incluyendo evaluación de su rango y validez, ■ descifrar modelos existentes, es decir traducir e interpretar elementos de modelos en términos de "realidad modelada", ■ realizar modelización activa en un contexto dado, ■ estructurar el campo, ■ matematizar, ■ funcionar con o dentro del modelo, incluyendo la solución de los problemas que provoca el modelo, ■ validar el modelo, interna y externamente,

- | | |
|---|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ analizar y criticar el modelo, en sí mismo y vis-à-vis alternativas posibles, ▪ comunicar sobre el modelo y sus resultados, ▪ monitorear y controlar el proceso de modelación completo. |
| <p>4. Razonar matemáticamente, por ejemplo:</p> | <ul style="list-style-type: none"> ▪ hacer seguimiento y evaluación de cadenas de argumentos propuestos por otros, ▪ saber lo que una prueba matemática es y no es, y cómo esto se diferencia de otras clases del razonamiento matemático, p.ej las heurísticas, ▪ identificar y mostrar las ideas básicas en una argumentación dada (sobre todo una prueba), incluyendo distinguir líneas principales de detalles, ideas de detalles técnicos; ▪ idear argumentos matemáticos formales e informales, y transformar argumentos heurísticos en pruebas válidas. |

Fuente: Niss (2002, 2003a, 2003b).

El segundo *cluster*:

Cuadro 2.2

NISS Y PISA 2003

COMPETENCIAS DE COMPRENSIÓN Y USO DEL LENGUAJE Y LOS INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

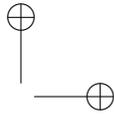
- | | |
|---|--|
| <p>5. Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones), por ejemplo:</p> | <ul style="list-style-type: none"> ▪ comprender y utilizar (descifrando, interpretando, distinguiendo entre) diversas clases de representaciones de objetos, de fenómenos y de situaciones matemáticas; ▪ entender y utilizar las relaciones entre diversas representaciones de la misma entidad, incluyendo saber sobre sus fuerzas y limitaciones relativas; ▪ elegir y cambiar entre representaciones. |
|---|--|

6. Manipular símbolos matemáticos y formalismos, por ejemplo:	<ul style="list-style-type: none"> ■ descifrar e interpretar lenguaje matemático simbólico y formal, y entender sus relaciones con el lenguaje natural; ■ entender la naturaleza y las reglas de los sistemas matemáticos formales (sintaxis y semántica); ■ traducir de lenguaje natural al lenguaje formal/simbólico, ■ manejar y manipular afirmaciones y expresiones que contienen símbolos y fórmulas.
7. Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas, por ejemplo:	<ul style="list-style-type: none"> ■ entender los escritos, visuales o textos orales de otros, en una variedad de registros lingüísticos sobre las materias que tienen un contenido matemático; ■ expresión propia sobre tales materias, en diversos niveles de precisión teórica y técnica, en forma oral, visual o escrita.
8. Hacer uso de los soportes y de las herramientas (incluyendo TICs), por ejemplo:	<ul style="list-style-type: none"> ■ saber la existencia y las propiedades de varias herramientas y soportes para la actividad matemática, su gama y limitaciones; ■ utilizar reflexivamente estos soportes y herramientas.
Fuente: Niss (2002, 2003a, 2003b).	

Este enfoque ha tenido una influencia muy grande en el proyecto PISA de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), en particular en la prueba que se realizó en el año 2003, lo que se explica en parte por la presencia del mismo Niss en el equipo que la confeccionó. Es un punto de partida importante para orientar los currículos de la Educación Matemática con base en competencias.

Competencias en la educación superior: *Tuning Europa*

En 1999 se firmó la *Declaración de Bolonia*, por ministros de enseñanza superior de 29 países europeos, la que fue después ampliada en Praga en el 2001, Berlín en el 2003 y en Bergen en el 2005. En ese marco se creó el proyecto *Tuning* que, precisamente, pretende la potenciación del *Espacio Europeo de Educación Superior*: uniformar los programas de formación docente europeos en



algunas disciplinas, entre ellas las Matemáticas, por medio de las competencias profesionales. En Europa este proyecto se empezó con 77 universidades en cinco disciplinas, y ya involucraba 135 universidades en el 2004 (González; Wagenaar y Beneitone, 2004, p. 151). El proyecto no enfoca los sistemas educativos sino las estructuras y contenidos de los estudios.

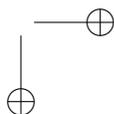
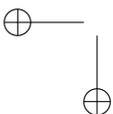
El traslado a las universidades de los objetivos de la *Declaración de Bolonia*, con el concurso en particular de *Tuning*, ha implicado el desarrollo de perfiles profesionales y de aprendizaje que sean sujetos a la comparación. Ha pesado en todo este proceso un énfasis pedagógico que recae en los estudiantes y el aprendizaje, en concordancia con las principales tendencias existentes sobre la educación. Se puede distinguir entre competencias específicas y genéricas.

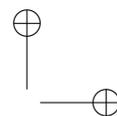
El proyecto ha obtenido como uno de sus hallazgos para la formación de competencias genéricas: los mejores resultados se pueden obtener integrando las actividades de enseñanza aprendizaje dirigidas a la formación de competencias genéricas en un proceso de aprendizaje conectado a las competencias específicas en una disciplina (González y Wagenaar, 2005, p. 17).

Competencias en la formación docente en la Educación Matemática: *el caso europeo*

En sintonía con *Tuning* se han generado contribuciones en este proceso de homogenización curricular con base en competencias. Hace poco se planteaban algunos principios de la formación inicial del profesorado en secundaria, según informa Rico (2004):

- La formación del profesorado ha de ser activa, vinculada con el ejercicio de la profesión, sostenida por la necesidad de atender y solucionar los problemas que la práctica plantea; el profesorado debe implicarse en procesos de reflexión compartida.
- La preparación docente del profesor de secundaria debe ajustarse a un modelo de competencias, que destaque el carácter funcional del aprendizaje de la profesión docente. Para ello se debe delimitar un catálogo de competencias con sus especificidades para esta profesión.
- Requisito esencial para los planes de formación es el trabajo en grupo, es decir, la experiencia docente compartida, la reflexión conjunta y la comunicación de experiencias.





- La necesaria conexión entre docencia e investigación educativa, la transferencia de conocimientos y su aprovechamiento por medio de innovaciones didácticas debe estar garantizada en los planes de formación del profesor de secundaria.
- La construcción de conocimiento profesional que capacite al profesorado para intervenir ética y racionalmente en los procesos de formación de sus futuros estudiantes debe ser resultado de los procesos de formación.

Se enfatiza, entonces, la relación de la formación inicial con la práctica profesional. Un currículo basado en los contenidos determinados por las necesidades de las disciplinas no sintonizaría con esta perspectiva.

La estructura de las competencias en la formación docente en la Educación Matemática

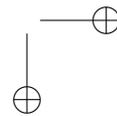
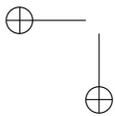
Las competencias principales involucradas en la práctica de la enseñanza de las matemáticas se pueden agrupar en tres categorías:

- Competencias matemáticas y metamatemáticas.
- Competencias educativas generales.
- Competencias en pedagogía de las matemáticas y metamatemáticas.

No vamos a incorporar aquí otro tipo de competencias generales, como las asociadas a la ética profesional, al compromiso humanista, ambiental y social, o a la estética, aunque son muy pertinentes en una carrera profesional.

Competencias matemáticas y metamatemáticas

Las competencias matemáticas que el educador matemático debería desarrollar para su práctica profesional (que la formación inicial debería aportar) deben asumir, como punto de referencia, aquellas que se plantean para todos los niveles educativos. Esto invoca las 8 competencias generales que plantean Niss y PISA 2003 (consideradas en ciertos niveles de dominio). En segundo lugar, parece pertinente usar como una guía el conjunto de resultados de aprendizaje esperados y competencias que *Tuning Europa* ha planteado para la carrera



de matemáticas, que recoge los *input* de paneles de estudiantes egresados, académicos y empleadores de toda Europa (González y Wagenaar, 2005). Este proyecto considera tres ciclos de formación superior, y aporta algunas conclusiones para los dos primeros ciclos en el caso de las matemáticas (primer ciclo: unos 3 años de formación, el segundo ciclo: unos cuatro o cinco años).

Cuadro 2.3

**PROYECTO TUNING EUROPA
COMPETENCIAS EN LA CARRERA DE MATEMÁTICAS,
PRIMER CICLO**

	Competencias específicas de la materia	Competencias genéricas
Descriptor del ciclo	Contenidos	Conocimiento profundo de las matemáticas elementales (como aquellas cubiertas en la educación secundaria).
Resultados de aprendizaje: para una completación exitosa del primer ciclo en matemáticas, los estudiantes deben ser capaces de:	Las matemáticas que todos los científicos deben conocer: álgebra y aritmética básicas, algebra lineal, cálculo, ecuaciones diferenciales básicas, estadística y probabilidad básicas.	Habilidad para construir y desarrollar argumentos matemáticos lógicos con una identificación de asunciones y conclusiones.
Mostrar conocimiento y entendimiento de los conceptos básicos, principios, teorías y resultados de las matemáticas;	Resultados de aprendizaje. para completar el nivel 1, los estudiantes deben ser capaces de: (a) entender algunos teoremas de las matemáticas y sus pruebas; Demostrar amplio conocimiento de diferentes métodos de las pruebas matemáticas	Capacidad para el pensamiento cuantitativo.
Entendimiento y explicación del significado de oraciones complejas usando lenguaje y notación matemática;	(b) resolver problemas matemáticos que aunque no triviales son similares a otros previamente conocidos por los estudiantes; (c) reducir en términos matemáticos problemas simples establecidos en lenguaje no matemático, y aprovechar esta traducción para resolverlos.	Habilidad para extraer información cualitativa de datos cuantitativos.

Demostrar destreza en el razonamiento matemático, manipulación y cálculo;

Construir pruebas rigurosas;

Demostrar amplio conocimiento de diferentes métodos de las pruebas matemáticas

Nivel 2.
Contenido.

Teoría básica de los principales tópicos matemáticos incluyendo preferiblemente la mayoría de los siguientes:
Ecuaciones diferenciales básicas, funciones complejas básicas, algo de probabilidad, algo de estadística, algo de métodos numéricos, geometría básica de las curvas y superficies, algo de estructuras algebraicas, algo de matemática discreta.

Resultados de aprendizaje.

Para completar el nivel 2, los estudiantes deben ser capaces de:

(d) proporcionar pruebas de resultados matemáticos no idénticos a aquéllos conocidos antes pero claramente relacionados a ellos;

(e) traducir en términos matemáticos problemas de dificultad moderada establecidos en el lenguaje no matemático, y aprovecharse de esta traducción para resolverlos;

(f) resolver problemas en una variedad de campos matemáticos que requieran alguna originalidad;

(g) construir modelos matemáticos para describir y explicar procesos no matemáticos.

Habilidad para formular problemas matemáticamente y en forma simbólica para facilitar su análisis y solución.

Habilidad para usar instrumentos de cómputo como una ayuda para procesos matemáticos y para adquirir nueva información.

Conocimiento de lenguajes de programación específicos o paquetes de software.

Tomado de González y Wagennar (2005).

Cuadro 2.4**PROYECTO TUNING EUROPA
COMPETENCIAS EN LA CARRERA DE MATEMÁTICAS,
SEGUNDO CICLO**

Competencias específicas	
Descriptor del ciclo. Resultados de aprendizaje. Para una completación de un método de segundo ciclo en matemática, los estudiantes debe ser capaces de: Leer y dominar un tópico en la literatura matemática y demostrar dominio en un reporte razonado escrito o verbalmente. Iniciar investigación en un campo especializado.	Facilidad con la abstracción incluyendo el desarrollo lógico de teorías formales y las relaciones entre ellas. Habilidad para modelar matemáticamente situaciones del mundo real y transferir manejo matemático a contextos no matemáticos. Presteza para abordar nuevos problemas de nuevas áreas. Habilidad para comprender problemas y abstraer sus elementos esenciales. Habilidad para formular problemas complejos de optimización y decisión en detectar las soluciones en el contexto original de los problemas. Habilidad para presentar argumentos matemáticos y conclusiones de ellas con claridad y precisión y en formas apropiadas para audiencias a las cuales se dirige tanto oralmente como por escrito. Conocimiento de la enseñanza y aprendizaje de procesos de las matemáticas.

Tomado de González y Wagennar (2005)

Podemos integrar las competencias genéricas que *Tuning Europa* propone (González y Wagenaar, 2005) de la siguiente manera:

- Competencias cognitivas sobre la disciplina.
- Competencias en argumentación, razonamiento y lenguaje matemático.
- Competencias para el pensamiento cuantitativo y cualitativo.
- Competencias en la matematización, modelización y la resolución de problemas.

- Competencias en el uso de instrumentos de cómputo y manejo informático.

Estas competencias genéricas son apropiadas, y son, además, compatibles con las categorías de Niss.

Es necesario incluir competencias en historia, filosofía y otras dimensiones de la reflexión sobre las matemáticas. Estos tópicos apuntan a la generación de una perspectiva sobre la disciplina (como apunta Niss), pero además proporcionan instrumentos de sumo interés para la labor de aula.

Competencias educativas generales

Vamos a organizar las competencias educativas siguiendo las usadas en *Tuning* por medio de una tabla.

Cuadro 2.5

COMPETENCIAS EDUCATIVAS GENERALES ESPACIO EUROPEO DE EDUCACIÓN SUPERIOR

Categorías	Competencias
Institucionales	Conocimiento institucional sobre normativa y organización del sistema educativo, ... subrayando la comprensión prioritaria de sus finalidades y sentido.
Comunicación	Habilidades instrumentales que permitan el ejercicio de competencias de relación interpersonal, la comunicación ágil y eficaz enfocada a la gestión del aula de los procesos de orientación del alumnado.
Planificación	Competencias en planificación que permitan prever, organizar y reformular los procesos de enseñanza aprendizaje en función de sus efectos. Capacidades instrumentales como analizar y sintetizar, organizar y planificar, proponer problemas, junto con habilidades interpersonales como capacidad para la crítica y para trabajar en grupo adquieren gran sentido en la fase de planificación.

Gestión de aula	Competencias relativas a la gestión del trabajo en el aula y habilidades en la selección y secuenciación de tareas, organización del trabajo, gestión de los debates y, en general, organización de grupos.
Adecuación curricular	Competencias relativas a los criterios para comprender y mejorar los procesos de aprendizaje individuales, y capacidades personales de comunicación y el trabajo en grupo de los escolares, diagnosticar deficiencias y proponer métodos para su correcto tratamiento.
Orientación estudiantil	Competencias para las actividades de tutorías y orientación de los estudiantes de secundaria, conducentes a su formación y desarrollo.
Evaluación	Competencias sobre evaluación de los aprendizajes, en su doble dimensión de comprender para mejorar y calificar para acreditar, incluyendo distintos criterios e instrumentos, así como las competencias cuyo dominio se quiere garantizar.

Fuente: Rico (2004). Elaboración y clasificación propias.

No vamos a darle un énfasis especial a estas competencias, por más importantes que sean, para concentrar nuestra atención en dimensiones que son más instrumentales para este trabajo.

Competencias en pedagogía matemática y metamatemática

En el año 2004, la subcomisión española de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (*International Commission on Mathematical Instruction*, ICMI) realizó un seminario en la Universidad de Granada (*Itermat*) que consignó competencias generales y específicas para el profesor de matemáticas. Invocaremos estos resultados, pues son de los más elaborados internacionalmente en cuanto a las competencias en pedagogía matemática para el educador matemático.

Cuadro 2.6

**COMPETENCIAS EN PEDAGOGÍA MATEMÁTICA
SEMINARIO DE GRANADA, ESPAÑA, 2004
ORGANIZACIÓN POR CATEGORÍAS**

Categorías	Competencias generales
Conocimiento de las Matemáticas escolares	El dominio de los contenidos matemáticos de educación secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza aprendizaje.
Currículo matemático	El dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.
Evaluación matemática	La capacidad para el análisis, interpretación y valoración de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.
Gestión del aprendizaje matemático	La capacidad de gestión del contenido matemático en el aula.
Competencias específicas	
Aplicación y relación de las Matemáticas con el entorno	Conectar los contenidos matemáticos de la educación secundaria con los fenómenos que los originan, reconociendo los aspectos formales implicados junto con su presencia en situaciones cotidianas y aquellas otras que procedan de ámbitos multidisciplinares (física, biología, economía, etcétera).
Teorías del aprendizaje de las Matemáticas	Conocer diversas teorías de aprendizaje del conocimiento matemático.
Currículo matemático	Analizar críticamente y evaluar propuestas de organizaciones curriculares.
Cognición matemática	Reconocer los tipos de razonamiento de los estudiantes, proponer tareas que los orienten, diagnosticar sus errores, y proponer los correspondientes procesos de intervención.

Didáctica matemática	Seleccionar y secuenciar actividades para el aprendizaje escolar; analizar los diversos problemas que surgen en situaciones de aprendizaje. Diseñar, seleccionar y analizar unidades didácticas, textos y recursos.
Evaluación matemática	Disponer de criterios, técnicas e instrumentos específicos para la evaluación del conocimiento matemático.
Uso de recursos e instrumentos didácticos para las matemáticas	Conocer recursos y materiales (computacionales, audiovisuales, manuales, bibliográficos, etc.) y emplearlos adecuadamente en la enseñanza de las matemáticas de secundaria.
Comunicación matemática	Utilizar técnicas de comunicación para dotar de significado los conceptos matemáticos.
Potenciación de destrezas y percepciones sobre las matemáticas	Favorecer las potencialidades matemáticas de los estudiantes y promover en la sociedad actitudes positivas hacia las matemáticas.
Fuente: Rico (2004). Elaboración y clasificación propias.	

Como se puede apreciar, la columna izquierda nos permite una clasificación genérica de categorías, lo que posee la ventaja de la generalidad para posibles usos en otros contextos nacionales. Es posible incorporar otras competencias específicas que se pueden integrar dentro de las categorías que planteamos aquí (por ejemplo, competencias para la formación continua y el desarrollo de investigaciones en el aula). Este es un importante tema para una investigación más detallada, que debe invocar, además de mayor precisión teórica, consensos colectivos en los diferentes participantes de la comunidad de educación matemática nacional.

Podemos proponer una organización de todas las competencias en la formación de educadores matemáticos que hemos consignado usando la siguiente tabla, que incluye algunos elementos adicionales a la propuesta de Granada:

Cuadro 2.7	
COMPETENCIAS EN PEDAGOGÍA DE LAS MATEMÁTICAS Y METAMATEMÁTICAS	
Competencias cognitivas de la disciplina para el aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Conocimiento de las matemáticas escolares. ▪ Aplicación y relación de las matemáticas con el entorno. ▪ Comunicación matemática
Competencias curriculares matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Currículo matemático ▪ Evaluación matemática
Competencias para la enseñanza y potenciación del aprendizaje matemático	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Gestión del aprendizaje matemático ▪ Teorías del aprendizaje de las matemáticas ▪ Cognición matemática ▪ Didáctica matemática ▪ Potenciación de destrezas y percepciones sobre las matemáticas
Competencias para realizar investigación de aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teorías, métodos, y experiencias en la investigación de aula en educación matemática.
Competencias en pedagogía de las metamatemáticas**	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Filosofía, historia y estudios sociales de las Matemáticas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas
Competencias instrumentales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de recursos e instrumentos didácticos (uso de medios tecnológicos o no) para las matemáticas
**Elaboración propia.	

Podemos, resumir e integrar los tres tipos de competencias en una sola tabla:

Cuadro 2.8**COMPETENCIAS DEL EDUCADOR MATEMÁTICO**

Pedagogía de las matemáticas+ y metamatemáticas**	Matemáticas* y metamatemáticas**	Educación general *
Competencias cognoscitivas de la disciplina para el aula	Competencias cognoscitivas sobre la disciplina.	Institucionales
Competencias curriculares matemáticas	Competencias en la argumentación, el razonamiento y el lenguaje matemático.	Comunicación
Competencias para la enseñanza y potenciación del aprendizaje matemático	Competencias para el pensamiento cuantitativo y cualitativo.	Planificación
Competencias para realizar investigación de aula**	Competencias en la matematización, modelización y la resolución de problemas.	Gestión de aula
Competencias en pedagogía de las metamatemáticas**	Competencias en filosofía, historia y estudios sociales de las Matemáticas**	Adecuación curricular
Competencias instrumentales	Competencias en el uso de diversos instrumentos de cómputo y manejo informático hacia las matemáticas	Orientación estudiantil
		Evaluación
+ Con base en Seminario <i>Itermat</i> 2004 (Granada, España).		
* Con base en <i>Tuning Europa</i> .		
** Elaboración propia.		

Aunque en esta tabla hemos colocado juntas competencias consideradas genéricas o específicas, nos parece que la organización de las mismas de esta

manera nos permite visualizar el tipo de competencias que deben considerarse en la formación del educador matemático.

En América Latina un estudio similar al *Tuning Europa* se realizó entre el 2004 y 2007 (en el que Costa Rica participó). En el caso de las matemáticas, se analizaron 23 competencias específicas que incluimos en la tabla siguiente.

Cuadro 2.9

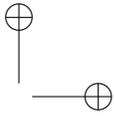
**PROYECTO TUNING AMÉRICA LATINA
AREA MATEMÁTICA, COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

1. Dominio de los conceptos básicos de la matemática superior.
2. Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas, con una identificación clara de hipótesis y conclusiones.
3. Capacidad para expresarse correctamente, utilizando el lenguaje de la matemática.
4. Capacidad de abstracción, incluido el desarrollo lógico de teorías matemáticas y las relaciones entre ellas.
5. Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático, de forma tal que se faciliten su análisis y su solución.
6. Conocimiento de la evolución histórica de los conceptos fundamentales de la matemática.
7. Capacidad para iniciar investigaciones matemáticas, bajo la orientación de expertos.
8. Capacidad para formular problemas de optimización, tomar decisiones e interpretar las soluciones en los contextos originales de los problemas.
9. Capacidad para contribuir en la construcción de modelos matemáticos, a partir de situaciones reales.
10. Capacidad para utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas.
11. Destreza en razonamientos cuantitativos.
12. Capacidad para comprender problemas y abstraer lo esencial de ellos.

13. Capacidad para extraer información cualitativa de datos cuantitativos.
14. Disposición para enfrentarse a nuevos problemas en distintas áreas.
15. Capacidad para trabajar con datos experimentales y contribuir a su análisis.
16. Capacidad para comunicarse con otros profesionales no matemáticos y brindarles asesoría en la aplicación de las matemáticas en sus respectivas áreas de trabajo.
17. Capacidad para trabajar en equipos interdisciplinarios.
18. Capacidad para presentar los razonamientos matemáticos y sus conclusiones, con claridad y precisión y de forma apropiada para la audiencia a la que van dirigidos tanto oralmente como por escrito.
19. Conocimiento básico del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
20. Dominio de la matemática elemental, es decir, la que se debe incluir en la enseñanza preuniversitaria.
21. Capacidad de participar en la elaboración de los programas de formación matemática en los niveles preuniversitarios.
22. Capacidad para detectar inconsistencias.
23. Conocimiento del Inglés para leer, escribir y exponer documentos en inglés, así como comunicarse con otros especialistas.
Tomado de Beneitone et al (2007).

Como se aprecia, son muy similares a las que emergieron en el contexto europeo, aunque incluyen algunas distintas (por ejemplo, historia de la matemática, conocimiento del inglés, capacidad para trabajar en equipos interdisciplinarios, etc.). Estas fueron sometidas a 679 estudiantes, 415 académicos y 304 graduados (Beneitone et al, 2007, p. 242).

En el análisis estadístico las competencias que tuvieron medias altas (aunque en distinto orden según el segmento de población entrevistado) fueron: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 12, y 18 (la 5 solo en los académicos, la 7 solo en estudiantes y graduados). Es significativo que no tuvieran una media alta las competencias asociadas a la enseñanza aprendizaje (ni la historia) cuando en la región la mayoría de matemáticos está asociada a la docencia.



Una conclusión importante de este último estudio es la comprensión de que el desarrollo de una competencia está asociada a otras, y que es posible a través de ciertas acciones potenciar varias competencias a la vez (Beneitone et al, 2007, p. 249 y sgtes.).

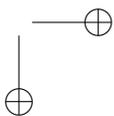
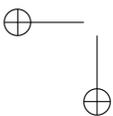
Un balance: la adopción de un enfoque por competencias es apenas un punto de partida, pues entre otras cosas obliga a dotar de estructura y prioridades un plan de formación académica. Cada competencia puede recibir una prioridad distinta en una institución. Por ejemplo, se puede enfatizar competencias cognoscitivas de la disciplina, o de uso de recursos e instrumentos didácticos, etc. La prioridad que se brinde a las competencias dependerá de los contextos socioculturales, académicos e históricos: el enfoque de competencias subraya las relaciones cooperativas entre sociedad, academia y “usuario” de la disciplina.

EL CONOCIMIENTO DEL EDUCADOR MATEMÁTICO Y EL CURRÍCULO

Como hemos señalado anteriormente, se puede aproximar el problema del currículo en educación matemática desde dos ópticas: centrada en los contenidos (especialmente matemáticos), o en situaciones de enseñanza aprendizaje. Los hallazgos en investigación internacional favorecen la segunda perspectiva.

Conocimiento pedagógico del contenido

Las principales investigaciones apuntan desde hace más de 20 años a una reconstrucción de los *curricula* en la enseñanza de las matemáticas que supere la dicotomía y separación entre contenido matemático y contenido pedagógico. Shulman (1986), en relación con la formación de profesores en general, afirmaba que el “paradigma escondido” en la formación ha sido precisamente el “conocimiento pedagógico del contenido” (CPC), en inglés *Pedagogical Content Knowledge*. El CPC va más allá del conocimiento de la disciplina en sí mismo y apunta al conocimiento de la disciplina para la enseñanza. No se trata de una conjunción de pedagogía y contenido, ni una intersección de ambas (Shulman, 1986, p. 9).



Una de las ideas que está detrás de este modelo es que el conocimiento de la disciplina no genera por sí mismo los mecanismos para la enseñanza de los contenidos en particular a alumnos específicos.

El conocimiento pedagógico del contenido implica una reorganización y transformación de los contenidos disciplinares que deben tener en cuenta el contexto, el currículo y los estudiantes. Apunta directamente hacia elaboraciones y construcciones sobre la enseñanza de un tópico específico y representaciones múltiples del mismo, así como sus propósitos didácticos. Incorpora también los mecanismos de pensamiento y razonamiento que pueden resultar fructíferos para el objetivo pedagógico. También incorpora los valores, creencias, concepciones que participan en la práctica de enseñanza aprendizaje en un nivel determinado.

Estructura de los conocimientos en la formación del educador matemático

Podemos integrar los conocimientos que requiere el educador matemático en un modelo general formado por las categorías cognoscitivas que participan en la formación del educador matemático. Ver la tabla siguiente.

Cuadro 2.10

ESTRUCTURA DE CONOCIMIENTOS EN LA FORMACIÓN DEL EDUCADOR MATEMÁTICO

Categoría	Subcategoría	Descripción
1. Conocimiento general		Aquel que no refiere a los procesos educativos pero que es relevante en la formación integral del educador y de todo profesional: estudios que sostienen una perspectiva humanista en la formación, conocimientos instrumentales (lenguajes y paquetes informáticos, etc.), otras lenguas.

2. Conocimiento matemático y meta-matemático	Conocimiento matemático	Las matemáticas que el educador necesita, una forma de matemática aplicada (subconjunto de las matemáticas, aunque no un subconjunto de las matemáticas para el matemático, del ingeniero, u otros): representaciones de conceptos y soluciones múltiples, útiles para construir situaciones problemas, generadoras de pensamiento matemático, interrelaciones teóricas dentro de las matemáticas, representación por medio de modelos y aplicaciones, etc.
	Conocimiento metamatemático	Los conocimientos sobre las matemáticas desde diferentes enfoques disciplinarios: historia, filosofía, estudios sociales de las matemáticas. No es toda la metamatemática sino aquella de interés para el educador (subconjunto de las metamatemáticas).
3. Conocimiento educativo general	Conocimiento pedagógico general	Refiere a los diferentes aspectos que participan directamente en la enseñanza y aprendizaje: currículo, evaluación, didáctica, psicología del aprendizaje y la enseñanza, cognición, sociología educativa.
	Conocimiento educativo general no pedagógico	Intervienen en la educación pero no necesariamente para la acción pedagógica directa: normativas institucionales, sociología y antropología de grupos, etc.

4. Conocimiento pedagógico de las matemáticas y las metamatemáticas	Conocimiento pedagógico matemático	Refiere a las representaciones múltiples y mediaciones pedagógicas específicas de los contenidos matemáticos. En dos dimensiones generales: relativas a los estudiantes; relativas a la enseñanza.
	Conocimiento pedagógico metamatemático	Dimensiones pedagógicas de las metamatemáticas: conceptos y métodos cómo intervienen o se pueden usar historia, epistemología, antropología, etc. en el aula.
Modelo elaborado por A. Ruiz		

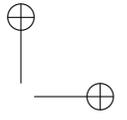
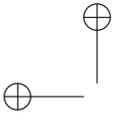
Estas categorías están en armonía con las categorías con las que organizamos las competencias del educador matemático. Veamos con mayor detalle algunas de estas categorías.

Conocimiento matemático y meta-matemático

Los conocimientos matemáticos son los contenidos y métodos de las matemáticas. Contenidos meta-matemáticos deben entenderse aquí como conocimientos filosóficos, históricos, sociológicos sobre las matemáticas. Es decir, contenidos de y sobre la disciplina:

- conceptos y procedimientos;
- métodos de construcción, validación y comunicación;
- estructuras cognoscitivas;
- aplicaciones; historia, filosofía y estudios sociales de las matemáticas.

Conocimientos de modelización, matematización y problemas contextualizados deben ser parte usual de los contenidos que deben dominar los educadores matemáticos.



La pedagogía específica se ve beneficiada por una formación y matemática que subraya adecuadamente interrelaciones entre las matemáticas para enseñar y las matemáticas teóricas y sus perspectivas en general.

Conocimiento educativo general

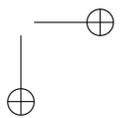
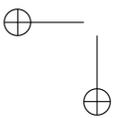
La investigación revela que este componente general no posee un impacto tan fuerte en el éxito del aprendizaje específico de la matemática en el aula. Sí es importante, no obstante, porque existen dimensiones no relativas directamente a las matemáticas que intervienen en la práctica profesional dentro y fuera del aula: entre otras, vida institucional, interrelación con profesionales de otras disciplinas, conductas (psicología y sociología) de grupos o individuos, problemas generales de aprendizaje (discapacidades, por ejemplo), visiones y creencias sobre la educación y la vida que intervienen (filosofías), factores culturales generales (asociados a etnia, género, clase social, etc.), valores éticos, actitudes, legislación, etc. Es un componente general que apoya las perspectivas más amplias de la profesión del educador.

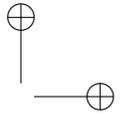
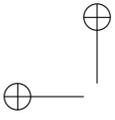
Conocimiento pedagógico de las matemáticas y las metamatemáticas

El conocimiento pedagógico de las matemáticas se debe ver como una integración interactiva entre matemática y pedagogía orientada con precisión hacia el nivel educativo y a los contenidos matemáticos que se deben enseñar.

Podemos colocar algunas subcategorías bajo el conocimiento pedagógico de las matemáticas:

- Teorías del aprendizaje matemático.
- Cognición y matemáticas.
- Creencias en matemáticas.
- Currículo matemático.
- Didácticas y gestión de las matemáticas.
- Evaluación matemática.
- Investigación en educación matemática.





Por otra parte, el educador requiere conocer cómo puede usar la historia de las matemáticas en el aula, las reflexiones filosóficas deben jugar un papel específico en el desarrollo de la labor profesional, los resultados de estudios sociales o en general meta-matemáticos ocupan un espacio propio que lo hemos consignado dentro de esta gran categoría.

La lista, por supuesto, no es exhaustiva y, también, se pueden reagrupar las subcategorías, pero, con la estructura presentada, ya hemos dibujado la perspectiva teórica que pensamos puede sostener un currículo en la educación matemática.

Proporciones, pesos específicos, énfasis

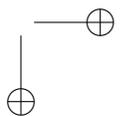
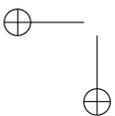
La búsqueda de mediaciones entre disciplinas y práctica profesional es un importante denominador común en las perspectivas internacionales: hay consenso en que no es conveniente una formación academicista al margen de una orientación profesional. De igual manera, es difícil pensar que existe una estructura de componentes curriculares de aplicación universal para todos los países.

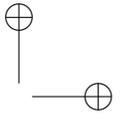
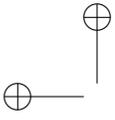
¿Cuánta matemática debe incorporarse? Debe ser establecido un conjunto de contenidos matemáticos que para dominar a cabalidad (significado cognoscitivo, múltiples representaciones, interrelaciones con otras partes del conocimiento matemático, aplicaciones, comprensión de su historia y lugar en contextos socioculturales, etc.). Este conjunto debe establecerse en buena medida partiendo del currículo escolar y escalando hasta un nivel superior.

PERSPECTIVAS

El análisis que hemos realizado hasta ahora nos aporta los elementos centrales de un marco teórico fundamental para la construcción de un currículo para el educador matemático. Este debe invocar:

- Asumir operativamente la premisa de que la educación matemática es una nueva disciplina independiente que no es ni matemática ni educación





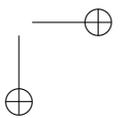
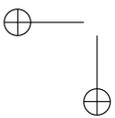
general y establecer su base en las situaciones de enseñanza aprendizaje (no en los contenidos matemáticos y meta-matemáticos).

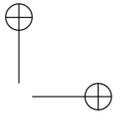
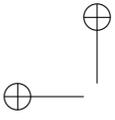
- Asumir una orientación basada en competencias (en educación general, matemáticas, pedagogía matemática) y utilizar una combinación apropiada de conocimientos (generales, educativos generales, pedagógicos matemáticos), que apunte el lugar crucial de la pedagogía matemática específica:

las competencias y los conocimientos matemáticos-metamatemáticos y de pedagogía matemática específica deben ocupar el lugar fundamental (con espacio para la pedagogía y otras competencias y estudios generales).

El tallado exacto de esta organización curricular no puede establecerse de manera *a priori*, ni de una manera universal. Todo depende de las condiciones y los requerimientos de sociedades específicas en momentos históricos determinados.

Armados de estos elementos teóricos ya podemos ir al estudio de los programas de formación docente en la enseñanza de las matemáticas en Costa Rica.





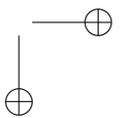
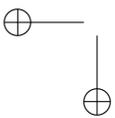
Capítulo 3

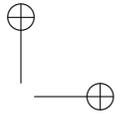
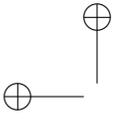
FUNDAMENTOS DE LOS CURRÍCULOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LAS UNIVERSIDADES ESTATALES

En este capítulo vamos analizar los fundamentos de los currículos de las universidades estatales en la formación docente en la Enseñanza de la Matemática.

Nuestro propósito es establecer un diagnóstico lo más completo posible de estos programas de formación docente, que constituyen el instrumento más importante en la formación de educadores matemáticos en Costa Rica.

El estudio aportará sobre la pertinencia, consistencia, y calidad de estos currículos y en cierta medida sobre sus perspectivas.





EVOLUCIÓN HISTÓRICA

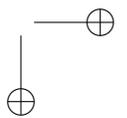
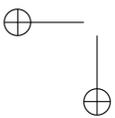
Empecemos por realizar un recuento de las instituciones que en Costa Rica forman profesionales para enseñar matemáticas en el nivel medio. No podemos determinar aquí con todo detalle el grado de eficacia y eficiencia con que lo están haciendo, pero sí realizaremos un breve análisis sobre algunos aspectos que creemos importantes y que están siendo determinantes en la formación de los profesores de matemáticas.

La formación de profesionales en enseñanza de las Matemáticas comenzó en Costa Rica en 1959 cuando la Universidad de Costa Rica inició la carrera de profesorado en Física y Matemáticas; esta carrera se ofreció hasta 1966; a partir de 1967 se crearon carreras separadas: profesorado en Física y profesorado en Matemáticas. Sin embargo, la Universidad de Costa Rica no graduaba profesores al ritmo que las necesidades educativas del país lo requerían, por esta razón se creó, en 1968, la Escuela Normal Superior, que tendría entre sus objetivos formar profesores de matemáticas para la enseñanza media (Barrantes y Ruiz, 1995).

Cuando se creó la Universidad Nacional, en 1973, ésta absorbió a la Escuela Normal Superior. Para que los estudiantes que provenían de la Escuela Normal superior concluyeran sus estudios, la Universidad Nacional implementó un plan terminal que rigió hasta 1974 (Adolio, González y González, 1995).

En 1974, la Universidad de Costa Rica amplió la formación de profesores de Matemáticas, mediante la creación de la carrera de Bachillerato y la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Sin embargo, a partir de 1980 cerró la posibilidad de una salida previa en el nivel de profesorado. En 1974, la Universidad Nacional, también, creó el Bachillerato y la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas.

Pareciera que el cierre del nivel de profesorado tuvo en la UCR un impacto negativo que, aunado a que las necesidades educativas del país crecieron a un ritmo vertiginoso en la década de los 80 del siglo XX, hizo que el faltante de profesores con un mínimo de formación se hiciera muy notorio. Así, en 1990-1991, la preocupación por la carencia de profesores tanto de matemáticas como de otras disciplinas llevó al Ministerio de Educación Pública a gestionar un préstamo con el Banco Mundial con el objeto de financiar la formación de profesores. Dentro de este marco, la Universidad de Costa Rica, la



Universidad Nacional, la Universidad Estatal a Distancia (UNED) y la Oficina de Planificación de la Educación Superior (OPES) firmaron un convenio con el Ministerio de Educación Pública de manera que dichas universidades atendieran los faltantes en la formación de educadores en diferentes áreas. Específicamente, las tres universidades mencionadas abrieron un Profesorado en Matemáticas que empezó a funcionar en 1992 y, aunque el convenio citado expiró en 1998, estas carreras siguen funcionando. En 1999, la UNED amplió su oferta al título de Bachiller en Enseñanza de la Matemática.

En 1996, el Instituto Tecnológico de Costa Rica estableció la carrera de Bachillerato en Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computadora; y una licenciatura en el 2007 en esta disciplina. También varias universidades privadas comenzaron a incursionar en este campo.

En la actualidad, además de las cuatro universidades estatales hay seis universidades privadas que están autorizadas para ofrecer formación en enseñanza de las Matemáticas. Las opciones de estudio en las estatales se aprecian en la tabla que aparece más adelante.

Finalmente, la UCR desconcentró su carrera de Enseñanza de la Matemática para que ésta fuera administrada en la Sede de Occidente, en San Ramón de Alajuela: según Carlos Ulate (1984), de la Sección de Matemática de la Sede de Occidente, el bachillerato desde la década de los 80, la licenciatura en el año 1997. Este programa aporta una importante cantidad de los graduados de la UCR, y posee una dinámica académica propia. En 1992 se desconcentró el profesorado en la Sede de Limón.

Cuadro 3.1

GRADOS OFRECIDOS POR LAS UNIVERSIDADES ESTATALES EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

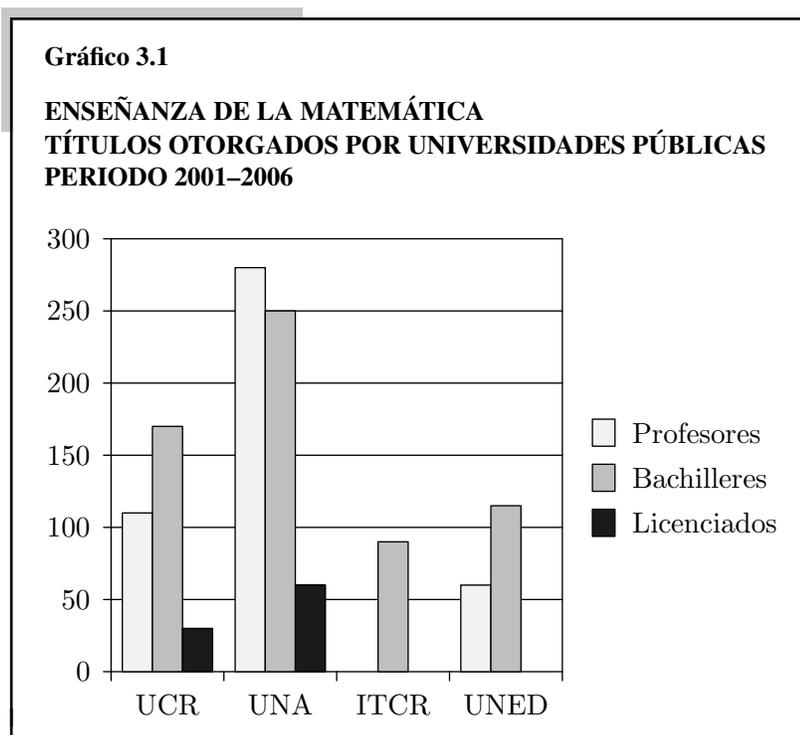
	Profesorado	Bachillerato	Licenciatura	Maestría
UCR	Profesorado, en Enseñanza de la Matemática	Bachillerato en Enseñanza de la Matemática	Licenciatura en Enseñanza de la Matemática	Énfasis en Matemática Educativa dentro de la Maestría en Matemática (desde el segundo semestre del 2003)

UNA	Profesorado, en Enseñanza de la Matemática	Bachillerato en Enseñanza de la Matemática	Licenciatura en Enseñanza de la Matemática
UNED	Profesorado, en Enseñanza de la Matemática.	Bachillerato en Enseñanza de la Matemática.	
ITCR		Bachillerato en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora.	Licenciatura en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora. (desde 2007)

La lista anterior, con los grados que estas universidades otorgan en el campo de la enseñanza de las Matemáticas, sin añadir la oferta de las universidades privadas, muestra, en primer lugar, que existen diversas y amplias opciones para formar profesores de matemáticas para el nivel medio. Un comentario adicional: solo la mitad de las universidades estatales hasta el año 2007 ofrecía la licenciatura, lo que ha incidido en que el porcentaje de licenciados sea aun menor.

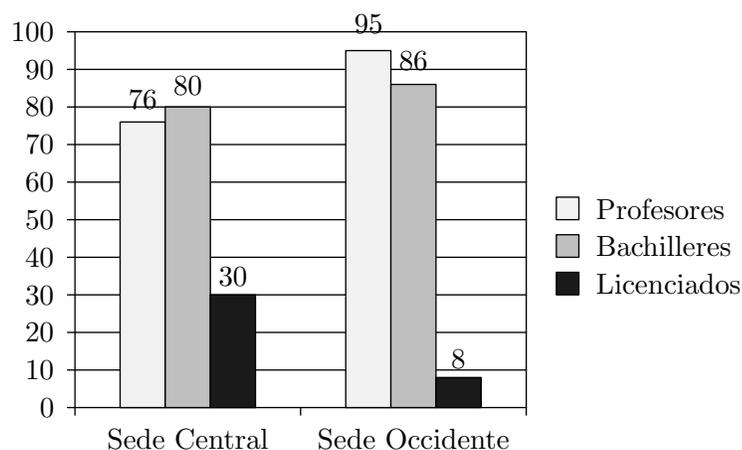
Por otra parte, si bien la UCR contempla formación a nivel de maestría (sin analizar aquí su pertinencia académica o su estatus curricular), hasta el 2007 había logrado un graduado; y su número de estudiantes –que no es grande– en su mayoría labora fundamentalmente como profesores en la enseñanza superior, con lo que su impacto directo en la enseñanza media es casi nulo.

Para ubicarnos en cuanto al lugar que estas universidades ocupan en la generación de graduados en enseñanza de las Matemáticas nos parece apropiado consignar algunos datos en un periodo relevante: 2001-2006.



Como se aprecia, la universidad que genera más títulos entre las estatales es la UNA, seguida por la UCR, y luego la UNED. El espacio en egresados que ocupa el ITCR es el menor.

Es interesante que la Sede de Occidente de la UCR, con un claustro pequeño, haya graduado en los últimos 10 años más profesores y bachilleres que la Sede Central de esa institución, en profesores más que la UNED y en bachilleres un número comparable al ITCR, como se puede ver en la siguiente gráfica (UCR, Oficina de Registro, 2007).

Gráfico 3.2**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA, EGRESADOS POR SEDE
PERIODO 1997-2006****Valores absolutos**

Hemos considerado como lo más pertinente analizar los *currícula* de las universidades en la enseñanza de las Matemáticas de manera separada entre estatales y privadas, debido a las diferencias que existen en cuanto a la información disponible, y en cuanto a los criterios o modalidades de estudio. No obstante, más adelante haremos un esbozo de comparación con base en la información que se tiene.

PRINCIPIOS GENERALES Y PERFILES DE LOS CURRÍCULOS

Vamos a analizar el currículo de las carreras de formación docente en enseñanza de las Matemáticas en dos componentes centrales: en primer lugar, los principios generales y los perfiles profesionales dentro de su fundamentación académica, y, luego, la estructura curricular y los cursos que incluyen.

El profesorado compartido UCR, UNA, UNED de 1991

El plan compartido de estudios para la formación de profesores en el área de matemática que propusieron la UCR, UNA, UNED y OPES, en el año 1991, representa un punto de partida importante para el desarrollo del currículo de formación docente en la Enseñanza de la Matemática que se da actualmente en el país. Su fundamento y su perfil, en cuanto a la Matemática, enfatizaban el papel de la geometría, aplicaciones matemáticas en otras disciplinas, relación con el entorno, así como la incorporación de la computación; e incluía algunas competencias matemáticas, en nuestro criterio, pertinentes como objetivo de la carrera. Este plan se vinculó mucho al currículo formalmente vigente de la UCR.

Una comisión formada por representantes de estas universidades y de la OPES generó este plan, cuyo perfil profesional y objetivos consignamos mediante un recuadro, donde hemos organizado sus elementos por categorías para su mejor identificación.

Recuadro 3.1

PERFIL Y OBJETIVOS DEL PROFESORADO EN MATEMÁTICA, UCR, UNA, UNED, OPES 1991

PERFIL

Educación general

Identifica su papel, compromiso y ámbito de acción en el contexto de la institución de enseñanza secundaria, de la comunidad en que ésta se ubica y del marco legal y de organización en que su labor se inserta, lo cual lo convierte en un agente de cambio social.

Planifica su labor docente relacionando el contenido matemático con la teoría pedagógica para lograr un aprendizaje efectivo de sus estudiantes.

Utiliza con propiedad ayudas didácticas diversas, de acuerdo con los objetivos, los contenidos, las características de los estudiantes y las teorías elegidas.

Aprovecha las diferentes posibilidades (pedagógicas, psicológicas, afectivas, metodológicas, etc.) que ofrece su labor educativa como fuentes importantes de información en la toma de decisiones.

Recuadro 3.1. Continuación

Elabora y aplica con eficacia instrumentos de evaluación, ya sea para aprovechar sus resultados en el planeamiento del trabajo posterior, para rectificar el proceso o para la valoración del rendimiento de los alumnos.

Matemática

Posee una cultura científica, que le permite conocer variadas aplicaciones de la Matemática a otras disciplinas.

Conoce el desarrollo de la Matemática a través de la historia y comprende como se logra su axiomatización y alto grado de abstracción.

Posee una sólida formación matemática que incluye un conocimiento de los siguientes tópicos matemáticos: cálculo, geometría, álgebra y análisis; su interrelación, importancia y aplicación.

Aplica los principales métodos matemáticos que se utilizan en las demostraciones y en la resolución de problemas a situaciones de la vida real.

Conoce los principios del cálculo diferencial e integral y del álgebra lineal y los aplica a la solución de problemas de otras disciplinas tales como economía, física, química, biología, etc.

Relaciona los conceptos fundamentales de la geometría euclídea y analítica con el entorno que le rodea, ampliando la concepción bidimensional con la explicación de fenómenos en el espacio tridimensional.

Reconoce la geometría como disciplina unificadora de diversas ramas de la Matemática y en especial la relación entre la geometría analítica, la geometría euclídea, el álgebra y el análisis.

Educación matemática

Tiene un conocimiento global de los contenidos, programas, objetivos y alcances propuestos para la Enseñanza de la Matemática en la enseñanza secundaria y su interrelación con la Enseñanza de la Matemática en primaria.

Conoce los principios, teorías de enseñanza—aprendizaje, técnicas didácticas y estrategias metodológicas acordes con la enseñanza—aprendizaje de la Matemática.

Generales, valores

Posee una cultura general cimentada en aspectos básicos de filosofía, historia, arte y comunicación.

Posee y estimula hábitos de lectura y escritura.

Mantiene una actitud positiva y abierta con respecto a sus alumnos y sus colegas. Analiza los problemas laborales de su profesión y contribuye con sentido de responsabilidad a la toma de decisiones.

Recuadro 3.1. Continuación

Desempeña con honestidad sus labores profesionales.

Computación

Conoce al menos dos lenguajes de computación y los utiliza para lograr una mayor eficiencia en su labor docente.

OBJETIVOS**Educación Matemática**

Formar educadores capaces de contribuir al mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en el país.

Formar profesionales con los conocimientos matemáticos necesarios que les permita desempeñarse con eficiencia en la enseñanza—aprendizaje de la Matemática a nivel secundario.

Proveer a los futuros docentes de técnicas y procedimientos de investigación para planificar y retroalimentar la Enseñanza de la Matemática.

Competencias matemáticas

Estimular la capacidad crítica, la abstracción y generalización de los futuros educadores.

Formar profesionales que conciben la Matemática como un sistema de pensamiento que facilita la solución de problemas.

Proveer a los futuros docentes de los conocimientos necesarios para que conciban la Matemática como un sistema estructural.

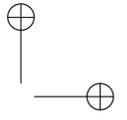
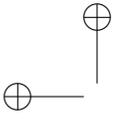
Preparar y motivar para estudios posteriores en el campo matemático a los estudiantes de la carrera.

Generales

Colaborar en el desarrollo científico y tecnológico del país promoviendo un conocimiento adecuado de los tópicos matemáticos.

Fuente: CONARE (1991).

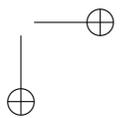
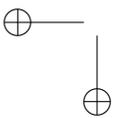
La filosofía que se encuentra en la base de este perfil y objetivos de carrera, pensamos se encuentra en un documento elaborado por los académicos que formaron la comisión de OPES-CONARE mencionada. En ese documento, se resume lo que llamaron “planes básicos” y que podemos interpretar como ejes curriculares:

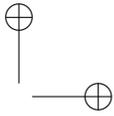


- La introducción de la historia como parte de cada curso llevando a los estudiantes la riqueza de la evolución del pensamiento matemático y las condiciones históricas concretas, que permitieron su desarrollo. Vemos así la historia de las Matemáticas en su evolución y no como anécdotas de tal o cual matemático, pensamos que de ella hay que apropiarse en la construcción de los conceptos.
- La aplicación de los conocimientos matemáticos a la realidad natural y social. Partimos del criterio de que la adquisición del pensamiento matemático se facilita si logramos experimentarlo, si somos capaces de hacerlo accesible a lo sensorial podemos, después, llevarlo a los estratos más abstractos.
- La formación de la intuición matemática. En matemática la intuición juega un importante papel, pero para que lo juzgue es imprescindible educarla; pensando en ellos damos una gran importancia a la geometría; no a la geometría que se funde con el álgebra en su abstracción, sino aquella que nos permita visualizar, dibujar buena parte de los problemas matemáticos.
- La introducción de la computación y los métodos numéricos en los primeros niveles y paralelamente el aprendizaje de los elementos del análisis, el álgebra y la geometría. (UCR, 1991)

Este último “plan” se vuelve explícito en la documentación elaborada por esta misma comisión, pues se afirma, en otra sección (“La integración de los métodos numéricos y la computación al currículo de Enseñanza de la Matemática”), que la computación y los métodos numéricos deben incorporarse como parte de los cursos de matemáticas, que “la temática misma de los cursos de matemática sea la que dicte los requerimientos acerca del uso de ordenadores”, e incluso “darle a la Matemática un enfoque más orientado hacia la solución de problemas teniendo presente con más frecuencia los métodos numéricos y la computación” (UCR, 1991). Este eje aparece con gran fuerza en esta propuesta curricular.

Los cuatro “planes básicos” que declaraba este plan, en general, nos parecen, a la altura del año 1991, como ideas razonables para fundamentar la formación matemática de un profesorado en Enseñanza de la Matemática. Además, existe coherencia entre estos ejes y el perfil profesional propuesto.





Estos “planes básicos” se encontraban inmersos en un documento bastante largo, poco estructurado, y lleno de múltiples valoraciones subjetivas: un mini-ensayo muy alejado de lo que se podría pensar es un fundamento curricular. Estos “planes” afirmaban, además, puntos de partida muy generales. Por otro lado, el fundamento “filosófico” que plantean refiere solamente a un sector del currículo: a la forma como deben darse las Matemáticas en la formación docente, no precisamente a la carrera como un todo; por ejemplo, no refiere a pedagogía matemática, tampoco a la educación.

No se percibe en los mismos una clara distinción de la Educación Matemática como disciplina independiente, no hay tampoco una sola referencia a hallazgos de la disciplina presentes en la comunidad internacional de Educación Matemática en ese momento.

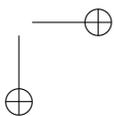
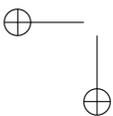
En los objetivos de la carrera: el énfasis se da en la Matemática y la Educación Matemática, en ese orden. El primer objetivo, que integramos bajo la categoría Educación Matemática en el recuadro, es realmente un propósito general, una buena intención. Y el segundo en la misma categoría refiere más a conocimiento matemático que a la relación entre matemática y educación.

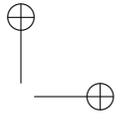
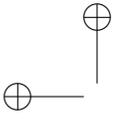
Universidad de Costa Rica

Fue difícil obtener un documento con los principios generales sobre los que se apoya el *currículum* y el perfil profesional del egresado de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR. Esto constituyó una limitante de nuestra investigación, que puede haber incidido en algunas dimensiones del análisis. Probablemente, por razones similares, Arias (2005) llegó a la siguiente conclusión:

A la fecha, la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, no cuenta con perfil profesional producto de un proceso de consenso entre los diversos sectores, ni de una revisión integral de la misma sobre el cual se sustenten los procesos de evaluación y actualización del plan (p. 151).

La situación es tan difícil con la información de esta carrera que, incluso, ha sido casi imposible encontrar todos los programas actualizados de los cursos





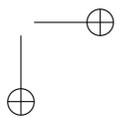
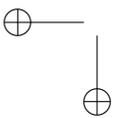
de la misma; los de educación los hemos conseguido pero no todos los del área de matemática. En la mayoría de los casos, se trata de “cartas al estudiante” suministradas gracias a la buena voluntad de los profesores.

No obstante, sí existe un documento que recoge *formalmente* los fundamentos y principios, e incluye una malla curricular de cursos individuales. Debe hacerse, sin embargo, una reseña del origen de este documento, para poder entender adecuadamente el papel y los alcances del mismo en esta carrera.

Al buscarse establecer el profesorado que ofrecieran la UNA, UCR y UNED, que iniciara en el año 1992, las 3 instituciones realizaron procesos internos para aprobar planes de profesorado de acuerdo a la normativa de cada institución y en convergencia con la oferta común que se pretendía por parte del CONARE. Es así como la comisión compartida de la Escuela de Matemática y la Escuela de Formación Docente de la UCR, encargada de la administración de esa carrera, presentó una propuesta de plan de estudios de profesorado. Esta fue aprobada por la Asamblea de la Escuela de Formación Docente de la UCR. No obstante, la misma fue rechazada por la Asamblea de la Escuela de Matemática de esa institución. Teodora Tsijli, directora de la Escuela de Matemática en ese momento, sin embargo, se comprometió a ofrecer los cursos, como servicio, para ese profesorado. Así se podía seguir con el plan de las 3 universidades en la oferta del profesorado.

Poco tiempo después, en particular bajo insistencia de las autoridades universitarias de la UCR (Vicerrectoría de Docencia), la Escuela de Matemática aprobó un plan de estudios para el Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, que tenía como salida lateral el profesorado (Asambleas de la Escuela de Matemática 226 y 227, 3 de julio y 21 de agosto de 1991). Esto fue refrendado por la Vicerrectoría de Docencia el 8 de enero del año 1992. El plan de Bachillerato y Licenciatura aprobado asumió el mismo fundamento filosófico y los objetivos del profesorado aprobado anteriormente. En el perfil, sin embargo, se dieron algunos cambios que pronto vamos a analizar. Es decir: en cuanto a fundamentos curriculares, el bachillerato asumió casi los mismos del profesorado. Se añadieron en el plan de estudios dos ciclos semestrales adicionales (listados de cursos) para completar los 4 años del Bachillerato. Y así, también, dos más para la licenciatura.

Veamos algunos detalles. Para la aprobación del plan de estudios del Bachillerato y la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la UCR,



se incluyeron varias secciones en un documento: introducción, fundamento filosófico, perfil profesional, objetivos de la carrera, documento sobre métodos numéricos y computación, y malla curricular. La introducción, el fundamento filosófico, el documento sobre métodos numéricos y computación y los objetivos de ambos planes son idénticos. Los cambios se dan en los perfiles profesionales y en la malla curricular.

En el cuadro que sigue, consignamos los elementos diferentes de ambos planes de estudio. El resto de elementos se pueden consultar en el recuadro anterior.

Cuadro 3.2

PERFILES DEL PROFESORADO COMPARTIDO UCR, UNA, UNED, OPES Y PLAN DE LA UCR

Perfil profesorado UCR, UNA, UNED, OPES 1991.
Aspectos no incorporados en el plan de la UCR

Matemática

Conoce el desarrollo de la Matemática a través de la historia y comprende como se logra su axiomatización y alto grado de abstracción.

Posee una sólida formación matemática que incluye un conocimiento de los siguientes tópicos matemáticos: cálculo, geometría, álgebra y análisis; su interrelación, importancia y aplicación.

Aplica los principales métodos matemáticos que se utilizan en las demostraciones y en la resolución de problemas a situaciones de la vida real.

Conoce los principios del cálculo diferencial e integral y del álgebra lineal y los aplica a la solución de problemas de otras disciplinas tales como economía, física, química, biología, etc.

Perfil bachillerato y licenciatura UCR.

Aspectos nuevos no presentes en plan compartido UCR, UNA, UNED, OPES

Matemática

Posee una formación matemática que conlleva un conocimiento de todos los tópicos matemáticos que conforman los planes de estudio de la enseñanza media, de su interrelación, importancia y aplicación.

Relaciona los conceptos fundamentales de la geometría euclídea y analítica con el entorno que le rodea, ampliando la concepción bidimensional con la explicación de fenómenos en el espacio tridimensional.

Reconoce la geometría como disciplina unificadora de diversas ramas de la Matemática y en especial la relación entre la geometría analítica, la geometría euclídea, el álgebra y el análisis.

Educación matemática

Conoce los principios, teorías de enseñanza—aprendizaje, técnicas didácticas y estrategias metodológicas acordes con la enseñanza—aprendizaje de la Matemática.

Educación general

Conoce técnicas didácticas y variadas estrategias metodológicas que le permiten ser innovador en el proceso enseñanza -aprendizaje.

Conoce los diversos factores (biológicos, sociales, culturales, psicológicos, etc.) que intervienen en el proceso de enseñanza -aprendizaje.

Conoce los principios fundamentales de las teorías de enseñanza y de aprendizaje.

Realiza investigaciones educativas dentro del aula, que le ayuden a mejorar su labor docente.

Generales, valores

Posee una cultura general cimentada en aspectos básicos de filosofía, historia, arte y comunicación.

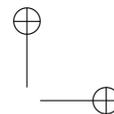
Generales, valores

Conoce la realidad nacional, lo que le capacita para ser agente del cambio social requerido.

Es creativo, crítico, reflexivo y emprendedor, tanto en su propia disciplina como en toda relación propia de su cargo.

Computación

Conoce al menos dos lenguajes de computación y los utiliza para lograr una mayor eficiencia en su labor docente.



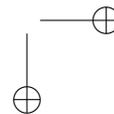
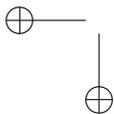
Algunas observaciones comparativas, en primer lugar:

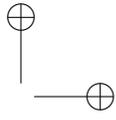
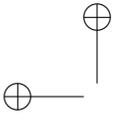
- En el plan de la UCR, 3 “planes básicos” del plan compartido se dejaron de lado: historia de la Matemáticas, computación - métodos numéricos, e intuición. Y se debilitó la relación con el entorno y la aplicación. Se provocó, entonces, una inconsistencia entre ejes transversales y perfil profesional, lo que no tenía el plan compartido.
- La matemática que se plantea en el plan de la UCR es menos específica que en el plan compartido y sí establece explícitamente una conexión con el currículo escolar de la educación media.
- El papel de la geometría que se enuncia en el plan compartido se pierde en el de la UCR.
- El plan de la UCR añade más aspectos de educación general.
- El plan de la UCR añade investigación educativa de aula.

En segundo lugar, al igual que el plan compartido, el espacio propio de la Educación Matemática es débil (se reduce a conocer lo que se enseña en la secundaria). Y en este nuevo plan un gran énfasis lo tiene la educación general. Los objetivos en matemáticas del plan compartido fueron resumidos en uno solo más general.

Una de las debilidades más fuertes: esta fundamentación no hace distinciones en los perfiles profesionales entre profesorado, bachillerato y licenciatura. Solo hay un perfil para todos. Muchos de los aspectos fueron simplemente tomados del plan compartido del profesorado, perdiendo consistencia curricular, a la vez que no se adaptó todo el currículo para sostener con fisonomía propia el plan de Bachillerato y Licenciatura.

Es interesante consignar aquí que, en el año 1994, la Vicerrectoría de Docencia de la UCR, aprobó la propuesta de las Escuelas de Matemática y de Formación Docente para realizar un proyecto de formación de docentes en servicio en matemática en la Sede de Limón, para una promoción (Resolución 5708-94). La propuesta contaba con un perfil profesional bastante amplio en relación con los fundamentos educativos, con la didáctica específica, con las actitudes y en relación con la Matemática (UCR, 1994).





Hasta el año 2007, los cambios que ha experimentado el plan de estudios de la UCR han sido pocos: esencialmente permutaciones o transformaciones de cursos (UCR, 2007a).

Por varias de las razones ya vertidas, la realidad práctica de la carrera en la UCR pareciera estar muy alejada de lo que dice su plan de estudios formal: una gran distancia entre el papel y la práctica. Nuestro objetivo no era, sin embargo, incidir en la práctica real. Es un tema pendiente importante.

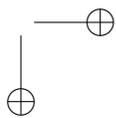
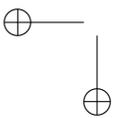
Universidad Estatal a Distancia

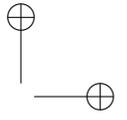
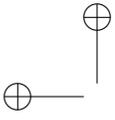
El plan de estudios que ofrece actualmente la UNED está basado también en el plan compartido UCR-UNA-UNED, que ya comentamos. Fue ligeramente cambiado durante el proceso de autoevaluación y acreditación que vivió esa institución en el periodo 2003-2004. Sirven como fundamentación en el documento de *Macroprogramación de la carrera de Enseñanza de la Matemática* varias secciones: Aspectos históricos y filosóficos del programa (que incluye un fundamento filosófico), la integración de métodos numéricos y la computación al currículo de Enseñanza de la Matemática. Estos documentos son casi idénticos a los del plan compartido y al de la UCR. Por eso, asume como “planes básicos” o ejes transversales: historia, aplicaciones, intuición, y computación y métodos numéricos.

A la hora de definir su perfil profesional global para el profesorado, la UNED plantea:

... formar un profesional que sea creativo, crítico, reflexivo y emprendedor, tanto en su disciplina como en toda relación propia de su cargo, además que reúna las siguientes características:

- a) Poseer una sólida formación matemática y una cultura científica que le permita conocer aplicaciones de la Matemática en los siguientes tópicos: Cálculo Diferencial e Integral, Geometría Euclidiana y Geometría Analítica, Álgebra Lineal y Análisis, su interrelación, importancia y aplicación a la solución de problemas de otras disciplinas.
- b) Analizar, planificar, organizar, ejecutar y evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje en relación con sus componentes fundamentales





- c) Poseer una cultura general cimentada en aspectos básicos de filosofía, historia, arte y comunicación.
- d) Conocer al menos dos lenguajes de computación y utilizarlos para lograr una mayor eficiencia en su labor docente (UNED, 2004, p. 16).

Claramente son 4 aspectos tomados del perfil profesional del plan compartido.

Las áreas disciplinarias: humanística, pedagógica, matemática.

Para el perfil del bachillerato la UNED plantea:

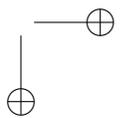
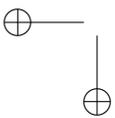
- a) Poseer una cultura general cimentada en aspectos de historia, filosofía, ciencias.
- b) Tener capacidad de analizar el contexto social que le rodea, relacionarlo con su realidad y con los componentes principales de su disciplina de estudio
- c) Poseer una sólida formación en matemática y educación que le permita analizar, planificar, organizar, diseñar, ejecutar y evaluar procesos en relación con su campo y al nivel de enseñanza secundaria.
- d) Poseer un conocimiento general en otras disciplinas que le permitan la aplicación y enseñanza de una matemática aplicada a una realidad (UNED, 2004, p. 33)

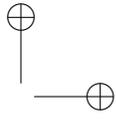
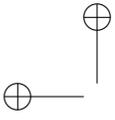
De nuevo, asume la perspectiva del plan UCR-UNA-UNED.

No hay muchas diferencias entre ambos perfiles.

El elemento de computación que se consigna en el perfil del profesorado, estuvo incorporado en un principio dentro del plan de estudio (existía un curso), pero fue eliminado posteriormente.

En relación con el plan compartido y el plan de la UCR, el plan de la UNED supone una reducción en los aspectos tomados del perfil profesional.





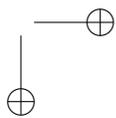
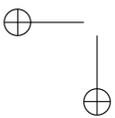
Instituto Tecnológico de Costa Rica

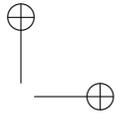
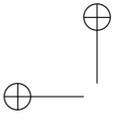
Cuando se aprobó esta carrera por el CONARE, en 1995, se recomendó la inclusión en su plan original de estudios de actitudes, habilidades y destrezas intelectuales, pues solo contenía un listado de contenidos en matemática, computación y educación. Esto fue realizado en el año 2000, y varias otras modificaciones relevantes fueron incorporadas en el año 2004 (CONARE, 2005).

El currículo del ITCR para la formación de profesores de matemáticas con el grado de bachiller plantea, entre sus objetivos, la excelencia en la formación integral de profesionales capaces de: integrar una clara conciencia del contexto socioeconómico, cultural y ambiental en el que la tecnología se genera, transfiere y aplica; incorporar de modo sistemático y continuo la tecnología en la enseñanza aprendizaje de la Matemática; contribuir al mejoramiento de la calidad de vida del pueblo costarricense mediante la atención crítica y la solución creativa de los problemas educativos prioritarios del país (para una sociedad más justa); estimular la superación de la comunidad costarricense mediante la popularización de la Matemática.

Se propone como perfil del graduado que sea un facilitador del aprendizaje matemático, principalmente a nivel de educación media. Dicho perfil está basado en un modelo de aprendizajes fundamentales, en la tradición de Delors: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir y aprender a ser, que citamos textualmente:

- Aprender a conocer: Incorpora nuevos conocimientos y tecnologías a su propio universo conceptual, actitud permanente de aprendizaje, identifica características de los estudiantes en los procesos de enseñanza aprendizaje de la Matemática, identifica oportunidades de aprendizaje, identifica elementos que hagan agradable e interesante el proceso de aprendizaje de la Matemática.
- Aprender a hacer: Conocimientos matemáticos en geometría analítica y euclidiana, álgebra y análisis; conocimientos pedagógicos en planeamiento, metodología, evaluación y psicología del aprendizaje; principios de investigación en educación e investigaciones en el aula; incorpora opciones metodológicas innovadoras que promuevan la construcción del conocimiento en los





estudiantes; favorece el desarrollo de ambientes adecuados para el aprendizaje; estimula la creatividad y criticidad de los estudiantes; diseña y aplica experiencias de aprendizaje usando la computadora como herramienta.

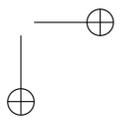
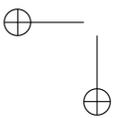
- Aprender a vivir: Respeta las diversas maneras de pensar, fomenta actitudes de respeto, conoce y hace valer sus derechos según la legislación de la educación costarricense, forma parte de equipos interdisciplinarios, favorece el trabajo cooperativo de los estudiantes, comprometido con el tema ambiental, sensibilidad con las necesidades educativas especiales, conciencia sobre derechos y deberes en el tema de género, actitud ética, actitud emprendedora.
- Aprender a ser: Actitud crítica y creativa, pensamiento flexible, responsabilidad con esfuerzo, perseverancia y trabajo dirigido a la obtención de metas, adapta las prácticas pedagógicas a las características necesidades y condiciones del entorno social, interpreta en forma integral la situación socioeconómica y política (Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2004).

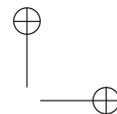
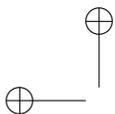
El currículo propone como objeto de estudio la Matemática y los procesos de mediación pedagógica en educación secundaria según conceptos humanísticos, sociales y el uso de tecnología en esos procesos.

Considera como áreas disciplinarias: matemática, pedagogía, computación, formación complementaria.

Los ejes transversales curriculares son: investigativo (de aula, campo, bibliográfica, investigación-acción), humanístico-social, computacional (fomentar el uso de la computadora como recurso didáctico), valores éticos y morales, excelencia (responsabilidad, puntualidad, presentación personal, uso adecuado del lenguaje, calidad de trabajos), criticidad, creatividad.

En un proceso de autoevaluación y reforma (sin miras en ese entonces a una acreditación), entre el 2001 y el 2004, se provocaron modificaciones significativas: ampliación del número de cursos de matemática (en particular, división de uno), reducción de los de computación (con algunas modificaciones), y 3 nuevos cursos de pedagogía (CONARE, 2005). Nos parece relevante subrayar que en estos nuevos cursos de pedagogía se ofrece una mayor orientación hacia la enseñanza específica de la Matemática.





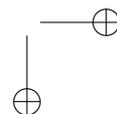
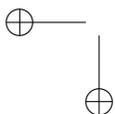
Universidad Nacional

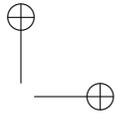
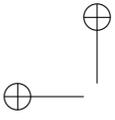
El plan de la UNA es el más extenso, completo y ambicioso y se estableció entre los años 2003-2005 dentro de la transformación de trimestres a semestres que vivió la UNA. La estructura de su fundamentación se da en correspondencia con los lineamientos curriculares generales de esa institución. Por ejemplo, en UNA (2003), *Políticas y Lineamientos Curriculares*, publicado en la *Gaceta* número 3 del 31 de marzo del 2003, se señala:

Todo diseño curricular deberá tener al menos los siguientes componentes:

- Justificación
- Fundamentación, con la opción pedagógica y evaluativa
- Perfil ocupacional y profesional del graduado
- Objetivos de la carrera
- Metas de formación
- Estructura curricular
- Organización y descripción de cursos
- Malla curricular
- Requisitos de ingreso
- Permanencia del estudiante en la carrera
- Requisitos de graduación
- Modalidades de graduación
- Nombre del título y grado que se otorga
- Administración curricular de la carrera
- Presupuesto y financiamiento de la carrera.

Vamos a citar casi textualmente las ideas que declara este currículo. Como objetivos generales, el currículo de Enseñanza de la Matemática en la UNA propone contribuir con la transformación de la sociedad costarricense formando profesionales críticos, independientes, participativos y creativos, con un dominio sólido del conocimiento matemático y de la didáctica matemática,





a partir de un currículum interdisciplinario que articule la educación con otros campos del conocimiento y fortalezca la identidad profesional del docente. Estos profesionales tendrán diferentes niveles de exigencia en su formación matemática y pedagógica de modo que puedan solucionar con eficiencia y prontitud, las necesidades más urgentes en este campo; por otra parte, tendrán una actitud positiva hacia la Matemática, valorarán su belleza lógica y reconocerán su papel en la búsqueda del conocimiento de la realidad que los rodea, promoverán el análisis y solución de problemas relacionados con el desarrollo científico y cultural del país mediante actividades interdisciplinarias e interinstitucionales en el campo de la enseñanza de las diferentes disciplinas. Además, incorporarán opciones metodológicas innovadoras que faciliten la construcción del conocimiento matemático y promuevan su mejoramiento (Universidad Nacional, 2005, p. 39).

Se propone como objeto de estudio las Matemáticas y sus aplicaciones, métodos y principios, a través de la comprensión de los procesos de enseñanza aprendizaje, además de la construcción de conocimientos, desarrollo de destrezas y habilidades específicas en el sujeto cognoscente.

En la formación se consideran aportes de otras disciplinas: de las ciencias naturales, humanísticas, tecnología, destrezas instrumentales.

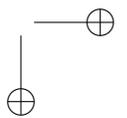
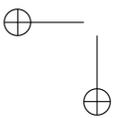
Contempla como áreas disciplinarias: Álgebra y Geometría, Cálculo y Análisis, componente pedagógico, investigación, matemática aplicada.

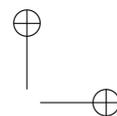
Los ejes curriculares son: desarrollo del pensamiento lógico matemático, enfoque investigativo, tecnología como recurso didáctico, aplicaciones matemáticas, historia de la Matemática.

Ejes transversales: género, diversidad cultural, desarrollo sostenible, cultura ambiental.

El perfil ocupacional establece (Universidad Nacional, 2005, p. 33), para:

- Profesorado: Enseña matemática en educación secundaria, individuos en congruencia con los principios de la educación costarricense, atención a necesidades educativas especiales, administra trabajo de aula, trabajo en equipo.

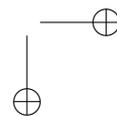
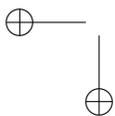


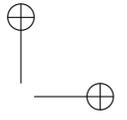
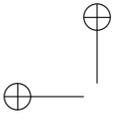


- Bachillerato: Enseña matemática en educación secundaria, para-universitaria y universitaria en sus primeros niveles. En lo demás lo mismo que el profesorado.
- Licenciatura: Todo lo anterior más: trabajo en equipo institucional e interinstitucional, tomar decisiones acertadas respecto a las diferentes situaciones educativas, evaluar procesos de enseñanza aprendizaje, brindar asesorías inherentes al proceso de enseñanza aprendizaje, liderazgo en la organización de eventos y actividades educativas relacionadas con el área disciplinaria.

El perfil profesional, lo mismo que en el ITCR, está basado en un modelo de aprendizajes fundamentales: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir y aprender a ser. Específicamente establece (Universidad Nacional, 2005, pp. 34-38):

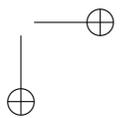
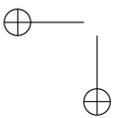
- Aprender a conocer: Dominio de la Matemática fundamental y pedagogía, conoce obligaciones y derechos, conoce los contenidos de los programas de estudio de la enseñanza media, conoce sobre detección y atención de necesidades especiales y de diferencias individuales. Además, para el nivel de bachillerato: relación de la especialidad con otros campos, conocimiento de la construcción histórica, estrategias para investigar en el aula, identifica problemas didácticos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Para el nivel de licenciatura se agrega: posee el conocimiento matemático y de su problemática en el sistema educativo, domina y pone en práctica los principios de investigación, conoce y aplica modelos matemáticos, conoce enfoques pedagógicos en la práctica educativa costarricense, comprende el desarrollo de la Matemática educativa en la época contemporánea, ubica la historia de la Matemática en el contexto latinoamericano y costarricense.
- Aprender a hacer: Capaz de aplicar y facilitar la construcción y reconstrucción de conocimiento, construye ambientes que propicien el desarrollo de procesos de aprendizaje, usa opciones metodológicas que facilitan el proceso educativo, administra apropiadamente el trabajo de aula, crea ambientes para aplicar el conocimiento matemático y su relación con otros campos, promueve el trabajo interdisciplinario. Se agrega a





nivel de bachillerato: promueve el desarrollo de talentos, diseña, ejecuta y evalúa estrategias metodológicas creativas, es hábil para relacionar su disciplina con otros campos. A nivel de licenciatura, además: realiza nuevas construcciones matemáticas a partir de conocimientos previos, implementa estrategias metodológicas que faciliten en el estudiante la integración de conocimientos específicos con diferentes ramas de la Matemática y de otras disciplinas, genera productos que son divulgados en diferentes medios.

- **Aprender a vivir:** Es consciente de su misión formativa e informativa y la desarrolla en forma consciente con los principios de la educación costarricense, buenas relaciones interpersonales en su trabajo, respeta las diferencias de cualquier tipo de sus estudiantes, respeto a las opiniones, a las costumbres y formas de pensar, fomenta en sus valores éticos, morales y cívicos como parte de la formación integral. Bachillerato: Trabaja en equipo con compañeros de su institución, tanto de su disciplina como de otras disciplinas. Licenciatura: valora la vida académica como una actividad de servicio contribuyendo con su conocimiento al desarrollo disciplinario, desarrolla actividades que contribuyen en la calidad de vida de la comunidad, desarrolla una cultura humanista en sus estudiantes que incide en un compromiso de calidad con la ciencia y la tecnología, que se refleje en un comportamiento ambiental adecuado.
- **Aprender a ser:** Toma decisiones acertadas ante una situación particular, principios humanistas y éticos orientan su trabajo, creativo organizando experiencias de aprendizaje. Bachillerato: responsabilidad con esfuerzo, perseverancia y trabajo para obtener metas, actitud positiva hacia la Matemática valorando su belleza lógica y reconociendo su papel en la realidad. Licenciatura: promueve en el estudiante actitudes de autoformación, espíritu crítico, creatividad, gusto por el conocimiento, se mantiene actualizado, comprometido con el cambio, la innovación y el desarrollo científico del país.



Recuadro 3.2**VISIONES SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA**

Las matemáticas modernas como un movimiento colectivo internacional permitieron en algunas naciones, como el caso de Costa Rica, dotar a los matemáticos de un lugar social y profesional propio, relevante, fortificar sus lazos internacionales, y por ello contribuir al desarrollo de comunidades matemáticas; las cuales en la mayoría de los casos siempre habían tenido un lugar muy reducido en las diferentes universidades. La ideología que sustentaba esta afirmación de la comunidad matemática se basaba en una sobrevaloración del papel de los matemáticos en la Educación Matemática, una visión abstracta y formal de la naturaleza de las Matemáticas, una sobredimensión del valor de los matemáticos puros en el espectro profesional, etc. Por un lado, al margen de la validez de la ideología asumida, se lograba cohesionar, potenciar y ampliar una comunidad colectiva académica dentro de una institución universitaria. Esto, globalmente, era positivo. No obstante, los elementos erróneos en la ideología, tanto en los conceptos como en las acciones derivadas de los mismos, establecieron problemas importantes para la Educación Matemática, como también para el mismo desarrollo de las Matemáticas. En primer lugar, la subestimación nociva del papel de los aspectos pedagógicos y didácticos, por ende, propiciaba una alienación aún mayor en relación con las tareas inscritas en la práctica del educador matemático, que implicaba, entre otras cosas, una separación de las comunidades de pedagogos y educadores (lo que por diferentes razones en Costa Rica tampoco tenían un vínculo muy estrecho con la disciplina matemática). Es decir, puesto de otra manera, se propició una separación aún mayor de la existente entre las Matemáticas y la educación, segregando los profesionales en una y otra dimensión. Los matemáticos de la Universidad de Costa Rica, salvo pocas excepciones, no buscaron crear estudios pedagógicos especializados; y los educadores tampoco buscaron formarse en las Matemáticas.

Para hacer una breve digresión pertinente a nuestra reseña, debemos mencionar que el énfasis en el purismo matemático en la Escuela de Matemática de la UCR debilitó la formación en las Matemáticas aplicadas y en particular debilitó la comprensión de la íntima relación, por ejemplo, entre matemáticas puras, computación y matemáticas aplicadas. Salvo por el análisis de datos, no es sino hasta recientes fechas que se ha buscado introducir con mayor amplitud matemáticas aplicadas (aunque sí hubo intentos de hacerlo, en los años ochenta, pero no fueron respaldados por esa Escuela). Es interesante señalar que desde los años setenta esa Escuela ofrecía tres opciones de carrera: matemática

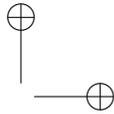
Recuadro 3.2. Continuación

pura, computación y enseñanza. La primera considerada la más valiosa y principal, la segunda aceptada y en ocasiones un medio para atraer estudiantes para puras; la tercera –era supuesto- para quienes no tenían las condiciones para las dos primeras. Varios años después, los profesores de la carrera de computación se retiraron de esa escuela para formar una nueva unidad Ciencias de la Computación e Informática (dentro de planes sostenidos por el rector Claudio Gutiérrez). Esta salida ayudó a favorecer la distorsión que causaba la ideología “purista” y debilitar los lazos comunicantes con matemáticas aplicadas (debilitando, por otra parte, también, la incorporación de nuevos estudiantes en “puras”). No obstante, como mencionamos arriba, un grupo de investigadores ha dado una relevante continuidad desde 1978 a reuniones y trabajos en análisis de datos (y otros temas “aplicados”) a partir la organización de simposios sobre métodos matemáticos aplicados a las ciencias.

La sobrevaloración del matemático puro generó barreras para el trabajo inter y multidisciplinario con otros profesionales. Estas distancias y problemas todavía pesan en la Escuela de Matemática de la UCR, incluso en relación con los cursos de servicio que ofrece esta unidad académica a otras (donde hay grandes cuestionamientos a la pertinencia de contenidos y los métodos de evaluación).

En relación con la Educación Matemática, todo esto tuvo implicaciones muy serias: el énfasis en los aspectos más abstractos y formales de las Matemáticas creaba una mayor distancia de la Matemática para los estudiantes, en una disciplina que ha despertado por su naturaleza siempre temores y percepciones no positivas. Los mismos profesores tenían dificultades con este tipo de aproximaciones. La subvaloración de los aspectos pedagógicos y didácticos contribuía en esa misma dirección de mayor distanciamiento y de impedir construir los andamios necesarios para la comprensión y manipulación de los conceptos matemáticos. De la misma manera, la sobrestimación del matemático puro afirmaba una subvaloración del profesor de secundaria, éste era visto como un profesional de segundo orden y devaluado frente al matemático; un asunto que también se convertía en instrumento para debilitar la Educación Matemática (véase Ruiz, A. y Barrantes, H. 1994). La relación con la Facultad de Educación nunca fue buena.

La influencia de la Universidad de Costa Rica en las Matemáticas, al igual como sucede en otras disciplinas, se extendió a las otras instituciones de formación de educadores. La mayoría de los profesores de la Escuela de Matemática

**Recuadro 3.2. Continuación**

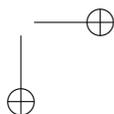
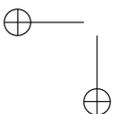
del Instituto Tecnológico de Costa Rica (véase Astorga, A., Morales, M. y Rodríguez, J., *La Enseñanza de la Matemática en el Instituto Tecnológico de Costa Rica* 1991) fue formada en los años 70 y 80 en la Universidad Costa Rica. La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional probablemente fue la que tuvo menos influencia del proceso que antes reseñamos por dos razones: en primer término, porque en un principio integró profesionales que habían participado en la Escuela Normal Superior con una visión educativa diferente y el mismo espíritu institucional que nutrió esta universidad (véase Núñez, B. 1974, Gámez, U. 1993 y Mora, J. 1993), y, en segundo término, porque otro de los componentes originales de esa Escuela, muy crítico en relación con la Universidad de Costa Rica, por diversas razones, decidió trasladarse de la Universidad de Costa Rica a la Universidad Nacional. De hecho, durante varios años, la Universidad Nacional ofreció la carrera de matemáticas puras, compitiendo con la Universidad de Costa Rica. Finalmente, esa carrera murió producto de la ausencia de suficientes profesores en condiciones de asumir una carrera semejante. No obstante, lo que es importante colocar en relieve es la presencia de una vocación pedagógica en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional que, aunque no se vio libre de las influencias del purismo y la sobrestimación de los aspectos abstractos y formales de las Matemáticas, añadió características diferentes que deben ser reconocidas.

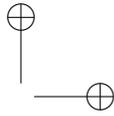
En síntesis, las características de la formación de la comunidad matemática y de Educación Matemática en Costa Rica, asociadas íntimamente, condicionaron en buena medida varias de las características de la enseñanza aprendizaje de esta disciplina presentes hoy en día.

Tomado de Ruiz, A., Chavarría, J. y Mora, F. (2003).

UN BALANCE

Los planes vigentes que estamos analizando poseen orígenes históricos distintos, lo que establece algunas diferencias. El de la UCR es el más viejo y no ha sufrido cambios en sus fundamentos desde 1991. En el caso de la UNED usamos un plan reciente que, salvo en la malla curricular, fue sometido a un proceso de evaluación y acreditación en el 2004. El plan de la UNA nace básicamente del proceso de reforma que se dio en los años 2003-2005 al





volver esa institución a los semestres. Algunos cambios, producto de propósitos de reforma curricular dentro de la Escuela de Matemática, se observan en la segunda mitad del año 2007, en parte, en busca de adecuar su currículo a la débil formación con la que ingresan los estudiantes a esta carrera. El plan de bachillerato del ITCR es en esencia del 2004.

Incorporan de varias maneras las perspectivas generales en cuanto a lo que una carrera de una universidad pública debe proporcionar (egresados críticos, pensamiento creativo, flexibilidad) y, también, en diferentes grados, propósitos de vínculos con los intereses nacionales en su adecuación a lo que la sociedad demande (ya sea conciencia ambiental, o circunstancias socioeconómicas, culturales, o calidad de vida).

Los *curricula* ya sea en su fundamento filosófico, o en sus perfiles profesionales, invocan conocimiento en educación y matemática, así como en tecnología, y declaran una línea de serio estudio en la Enseñanza de la Matemática.

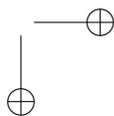
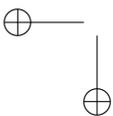
Los 4 planes ofrecen ejes: transversales (“básicos”) en la UCR y la UNED, transversales y curriculares (UNA) y metodológicos (UNED). Hay una vocación que afirma, con diferentes expresiones, valores: perseverancia o ética profesional o excelencia.

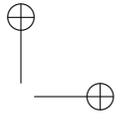
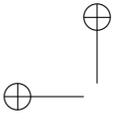
La UNA y el ITCR se apegan a dimensiones o líneas educativas que la UNESCO consignó para la educación: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir, aprender a ser.

Todos los planes declaran una vocación de mediación pedagógica, aunque no con las mismas palabras.

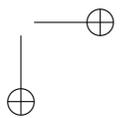
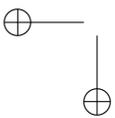
Estos propósitos y conceptos son apropiados para fundamentar una carrera de educación. Es, sin embargo, relevante consignar algunas observaciones que apuntan a debilidades de las propuestas de fundamentación curricular:

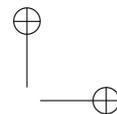
- En primer lugar, no es apropiada la no diferenciación entre los perfiles de los distintos grados que ofrece cada carrera. La UCR no ofrece distinción alguna entre los perfiles profesionales en el profesorado, bachillerato y licenciatura y, de manera muy similar, esto ocurre en la UNED entre profesorado y bachillerato.





- De manera general, un problema de estos planteamientos es que las competencias que se proponen en los cuatro casos son muy generales. Se afirman muchos propósitos de generar por ejemplo criticidad, compromiso social, humanismo, acuerdo con los lineamientos educativos del país, y demás propósitos que, aunque correctos, son muy generales. No hay un contexto histórico que se pueda identificar con claridad. Podrían ser consideraciones y propósitos válidos en el siglo XIX, salvo cuando se habla de tecnologías.
- De igual manera, se proponen objetivos y competencias que son de la educación general, a las cuales (y no en todos los casos) se les acompaña de la referencia a las Matemáticas. Es decir, son propósitos generales *aplicados* a las Matemáticas. Bastaría sustituir el término de referencia “matemática” por otro de otra carrera, y se podría utilizar buena parte de la fundamentación en otra disciplina. Entonces: no hay referencia, por ejemplo, a cognición matemática y construcción cognoscitiva de conceptos y procedimientos matemáticos, transferencia o devolución matemáticas, fenomenología de las situaciones didácticas matemáticas o transposiciones didácticas específicas, etc. que se deben incorporar en el repertorio de competencias a provocar en un egresado de Enseñanza de la Matemática. Conclusión: hay poca especificidad hacia la Educación Matemática como disciplina y como profesión.
- Cuando se menciona las Matemáticas, en general se plantea solamente “dominio” de éstas, aunque, también, a veces, se habla de “aplicaciones” al entorno, “modelos” e incluso interdisciplina. Pero no se incluye una colección amplia de competencias matemáticas específicas: razonamiento matemático y argumentación matemática, modelización y matematización, resolución de problemas, comunicación, metacognición, etc., o un nivel de las mismas que se pretenda asumir en la carrera.
- Tampoco se puede apreciar una visión de la formación matemática dentro de las carreras que sea pertinente y ajustada para el educador matemático. Al plantearse las Matemáticas no hay nada que indique esta especificidad, podría ser la misma matemática en algunos casos para el ingeniero o en otros el matemático profesional. No se incluye, por ejemplo, múltiples representaciones de los conceptos o métodos, contextualizaciones, o modelizaciones adecuadas para la labor del educador.

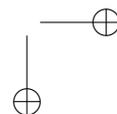
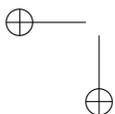


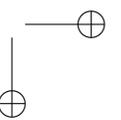
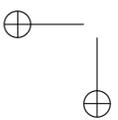
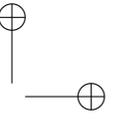
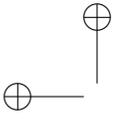


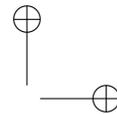
- El currículo de la UNA es el más amplio en cuanto a la incorporación de objetivos y competencias, establece claras distinciones en los grados que ofrece, e incluso consigna precisiones al conocimiento y aplicación de modelos matemáticos.
- Los cuatro *curricula* no están contruidos sobre la base de la perspectiva central de una carrera que sea algo más que educación aplicada a la disciplina matemática.

La fundamentación del plan vigente formalmente en la UCR es apenas una referencia administrativa que nutre muy poco el resto de ese currículo. En la UNA, ITCR y UNED la fundamentación, plan de cursos, malla curricular están integrados. En la UCR, esto no se da. Esto permite conjeturar, repetimos, que existe una gran distancia entre lo que “fundamenta” en el papel la carrera y el decurso de la misma en la práctica, en el aula.

La pregunta adicional que emerge aquí es: ¿cuál es la relación entre estas fundamentaciones y las mallas curriculares de cursos? ¿Hay consistencia? El asunto lo vamos a analizar en dos formas: una, estudiando la relación de los cursos con las políticas educativas oficiales del país. La segunda: comparando los *curricula* como un todo con las tendencias internacionales de la Educación Matemática. Antes, sin embargo, conviene analizar la estructura detallada de estos currículos y los cursos que incluyen. Podemos adelantar, no obstante, que se da una radical inconsistencia entre fundamentación y malla curricular.







Capítulo 4

ESTRUCTURA Y CONTENIDOS DEL CURRÍCULO EN LAS UNIVERSIDADES ESTATALES

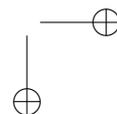
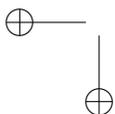
En este capítulo, vamos a comparar los planes de estudio con base en los cursos contenidos en sus planes, lo que puede darnos algunos indicadores sobre el perfil real del graduado en Enseñanza de la Matemática de nuestras universidades.

DISTRIBUCIÓN DE CURSOS

Profesorado

Los planes de estudio de las carreras de Enseñanza de la Matemática de tres de las universidades estatales (UNA, UNED, UCR) contemplan una salida lateral que se denomina profesorado. Este faculta para la docencia en instituciones de enseñanza media. El ITCR no ofrece esta posibilidad.

En la Universidad Nacional y en la Universidad de Costa Rica, el profesorado se obtiene después de haber cursado los seis períodos académicos que contempla



el plan de estudios. Dado que la modalidad en ellas es semestral, esto significa que, en teoría, se puede obtener el profesorado en tres años. La Universidad Estatal a Distancia contempla ocho períodos académicos para el profesorado; puesto que la modalidad es cuatrimestral, éste se obtendría en algo menos de tres años.

La tabla siguiente presenta el número de cursos que imparten estas universidades a nivel de profesorado. Se distribuyen por áreas: *educación* (incluye los cursos referidos a pedagogía, psicología, didácticas generales y específicas de matemática y otros relacionados); *matemáticas*; *computación* (aquellos propiamente de computación y los que se refieren a la computación aplicada a la enseñanza de las Matemáticas); *idioma extranjero*; *otros*, incluye cursos como física, repertorios y humanidades.

Cuadro 4.1

NÚMERO DE CURSOS EN EL PROFESORADO EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA UNIVERSIDADES ESTATALES, DISTRIBUIDOS POR ÁREAS

Universidad	Matemáticas	Educación	Computación	Inglés	Otros ^{a/}	Total
UCR	10	8	2	0	7	27
UNA ^{b/}	14	9	1	2	1	27
UNED	13 ^{c/}	8	0	0	4	25

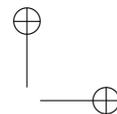
a/ Incluye cursos como Física, Humanidades y repertorios.

b/ En la UNA los Estudios Generales no forman parte del Profesorado.

c/ Desde el 2005 el curso de Introducción a la Matemática fue sustituido por dos cursos: Álgebra Básica y Funciones (UNED, 2006, p. 9)

Fuente: Programas de estudios de: UCR (2007), UNA (2005), UNED (2004).

En cuanto al número de cursos de matemáticas, el plan de la UNA contiene más cursos que las otras. La UCR tiene menos cursos de matemáticas, pero tiene más en el área de computación. En el área de educación están muy parecidas. Debe tomarse en cuenta que en la UNA los estudios generales no forman parte del profesorado, mientras que en la UCR y en la UNED sí aparecen en el plan de estudios de ese nivel.



La tabla correspondiente para bachillerato muestra que a ese nivel el número de total de cursos de la UNA supera al de la UCR; esto sucede porque tres de los cursos (uno de educación y dos de otras áreas) del bachillerato en la UNA están programados para ser cursados junto con las materias del tercer año del profesorado. Es decir, en los tres primeros años de carrera, el número total de materias en la UNA es 30.

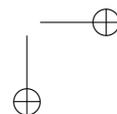
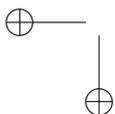
Bachillerato

La formación hasta el nivel de bachillerato en la UNA, UCR y ITCR consiste de ocho semestres. En la UNED, el bachillerato consta de 12 períodos académicos (cuatrimestrales); es decir, son 4 años, igual que en la UCR, UNA e ITCR. Que la UNED con 12 períodos, y 8 las demás, tenga menos cursos en total, se explica porque, al tener la modalidad a distancia, la UNED considera un número menor de cursos por período en el plan de estudios.

El cuadro 4.2 presenta el número de cursos que imparten estas universidades a nivel de bachillerato. Se distribuyen por áreas: *educación*, que incluye los cursos referidos a temas de pedagogía, psicología, didácticas generales y específicas de matemática y otros relacionados; *matemáticas*, incluye todos los cursos específicos de matemáticas y, también, estadística; *computación*, incluye los cursos específicamente de computación y aquellos que se refieren a la computación aplicada a la enseñanza de las Matemáticas; *idioma extranjero*; *historia*, incluye cursos de historia de las Matemáticas; *otros*, incluye cursos como física, repertorios y humanidades.

Es evidente, a partir de los números dados, que la carrera que ofrece el Instituto Tecnológico tiene un marcado énfasis en los aspectos tecnológicos, específicamente en lo que se refiere a la computación (como su nombre así lo indica).

En cuanto al número de cursos de matemáticas, el plan de la UNA contiene más cursos, 6 más que el ITCR y la UCR que son las que menos ofrecen. En educación, la UCR y la UNA incluyen el mayor número de cursos, 3 más que la UNED que es el que menos cursos de este tipo incluye.



Cuadro 4.2

**NÚMERO DE CURSOS EN EL BACHILLERATO EN
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.
UNIVERSIDADES ESTATALES. DISTRIBUIDOS POR ÁREAS.**

Universidad	Matemáticas	Educación	Computación	Inglés	Historia	Otros	Total
UCR	13	12	3	0	0	8	36
UNA	19	12	1	2	0	6	40
UNED	15	9	0	0	1	7	32
ITCR	13	11	5	2	0	8	39

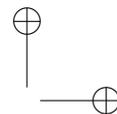
Fuente: Programas de estudios de la UCR (2007), la UNA (2005), el ITCR(2004) y la UNED (2004).

Dadas las características de su carrera, el ITCR tiene cinco cursos de computación. Por otra parte, la UCR tiene tres; las otras dos se muestran deficitarias en este aspecto puesto que la UNA solo tiene uno y la UNED ninguno. Algo análogo sucede con los cursos de idioma inglés; dos cursos cada universidad salvo la UNED y la UCR que no ofrecen cursos de inglés en su currículum. En cuanto a otros cursos, las cuatro universidades ofrecen números parecidos (entre 6 y 8).

El plan de bachillerato con menos cursos es el de la UNED, que posee 8 cursos menos que el que más tiene: el de la UNA.

Licenciatura

Como se mencionó antes, hay tres universidades públicas que ofrecen la licenciatura en enseñanza de las Matemáticas: UNA, ITCR y UCR. Esta representa un año adicional en la UCR y un año y medio adicional en la UNA e ITCR (en esta última, para hacer el trabajo final de graduación) al bachillerato y la presentación de un trabajo final de graduación (tesis, seminario u otra modalidad). En todos estos programas se nota una mayor preocupación por la investigación educativa y una integración más apropiada entre matemáticas



y pedagogía (el ITCR, por ejemplo, incluye dos cursos de Didáctica de la Matemática).

Para la licenciatura, la UNA establece: 3 cursos de matemáticas (*Análisis, Teoría de Números y Topología*), 4 cursos de pedagogía (*Didáctica crítica, Seminario de Debates Pedagógicos, Investigación cualitativa e Imágenes de Aula*), 1 seminario de investigación dirigida y 1 curso de *Historia de la Matemática*. El curso *Imágenes de Aula* “pretende guiar a los y las estudiantes en la implementación o conducción de una investigación educativa, desde la perspectiva de la investigación acción y a partir de la propuesta elaborada en el curso de *Investigación cualitativa*” (UNA, 2005, p. 169).

La UCR establece: 3 cursos de matemáticas (dos optativos y *Variable Compleja*), 2 cursos de pedagogía relacionados directamente con la enseñanza de las Matemáticas (*currículum* en matemática y lenguaje matemático), 1 curso de investigación en Enseñanza de la Matemática, 1 seminario en Enseñanza de la Matemática, 1 curso de historia de la Matemática.

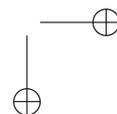
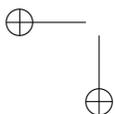
El ITCR establece: 2 cursos de matemáticas (*Introducción al Análisis Funcional y Teoría de Números*), 2 cursos de pedagogía (*Didáctica de la Matemática I y II*), 1 curso de *Historia de la Matemática*, 2 cursos tipo taller en el área tecnológica (*Algoritmos y Programación y Multimedia en Matemática*) y 1 curso de investigación educativa.

En todos los casos se nota una mayor preocupación por la investigación y una integración más apropiada entre matemáticas y pedagogía. Sin embargo, el impacto que tiene la formación de licenciados en enseñanza de las Matemáticas en la enseñanza media es bastante reducido por dos razones fundamentales:

- El número de licenciados que estas universidades gradúan anualmente es muy pequeño.
- Una amplia mayoría de ellos se quedan laborando en la enseñanza superior y no trabajan del todo en la enseñanza media o lo hacen con una jornada muy reducida.

Lo anterior obligaría a replantear el nivel en el que se ofrece formación en la investigación y la integración entre matemáticas y pedagogía. Ya hablaremos más de este asunto.

La UCR, ITCR y la UNA ofrecen en el nivel de licenciatura un curso de *Historia de la Matemática*.



Una primera aproximación basada en estos números nos ha revelado diferencias en cuanto a la participación de matemáticas, educación, tecnologías e incluso la cantidad de cursos que imparte cada institución. Vamos a profundizar nuestro análisis con base en un estudio de los créditos y horas lectivas de los planes de estudio.

CRÉDITOS Y HORAS LECTIVAS

Si analizamos la estructura de los planes con base en los créditos y horas lectivas que tienen los cursos obtendremos mayor información. Los créditos en la educación superior pública han pasado por procesos muy rigurosos de perfeccionamiento, para poder establecer un marco de comparación y de oferta académica coherente y uniforme de las 4 instituciones de la educación superior estatal. Por eso, utilizar los créditos de los planes de estudio es relevante.

Empecemos con el profesorado.

Cuadro 4.3

**UNIVERSIDADES ESTATALES
PROFESORADO EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
CRÉDITOS Y HORAS LECTIVAS**

Universidad	Matemática		Pedagogía		Otras		Total	
	créditos	horas	créditos	horas	créditos	horas	créditos	horas
UNED ^{a/}	59		27		12		98	
UCR ^{b/}	44	50	27	46	27	32	98	128
UNA	54	63	30	36	14	16	98	115

a/ Por su modalidad no se consideran horas semanales

b/ El plan no indica el número de horas del repertorio y el Seminario de Realidad Nacional I

Fuente: Programas de estudios de la UCR (2007), la UNA (2005), el ITCR(2004) y la UNED (2004).

Los tres planes de estudio tienen el mismo número de créditos. La UNED tiene más créditos en matemática que el resto. La UCR exhibe unas 13 horas lectivas adicionales al número de la UNA; esto se debe a créditos en el área de pedagogía y otras y no de matemáticas.

Veamos ahora el plan del bachillerato.

Cuadro 4.4

**UNIVERSIDADES ESTATALES
BACHILLERATO EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
CRÉDITOS Y HORAS LECTIVAS^{a/}**

Universidad	Matemática		Pedagogía		Otras		Total	
	créditos	horas	créditos	horas	créditos	horas	créditos	horas
UNED	66		30		25		121	
UCR ^{b/}	58	65	40	64	33	36	131	175
ITCR	57	55	36	42	32 ^{c/}	45 ^{d/}	125	142
UNA	73	86	41	47	29	31	143	164

a/ Se suma los créditos y horas del profesorado

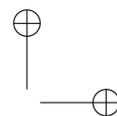
b/ El plan no consigna el número de horas del Seminario de Realidad Nacional II

c/ De estos 32 créditos, 20 créditos corresponden a cursos que tienen que ver directamente con diferentes aspectos de computación.

d/ De las 45 horas, 20 corresponden a cursos de computación.

Fuente: Programas de estudios de la UCR (2007), la UNA (2005), el ITCR (2004) y la UNED (2004).

Aquí se dan importantes disparidades. El plan de la UNA contempla 22 créditos más que el plan que menos créditos tiene que es el de la UNED y tiene 18 más que el plan del ITCR. Por otra parte, tiene 12 créditos más que el de la UCR, aunque prácticamente el mismo número de horas lectivas. Claramente, la UNA está en el borde superior de los créditos y la UNED y el ITCR en el menor. Esto posee implicaciones significativas en la carga lectiva que llevan los estudiantes.



Puesto en porcentajes: el plan de Bachillerato de la UNA posee un 18,18 % más de créditos que la UNED, y un 14,40 % más que el ITCR.

Si se comparan los créditos de los componentes curriculares:

En créditos de matemáticas,

- el plan de la UNA tiene 16 créditos más que el plan del ITCR, que es el que menos tiene; es decir un porcentaje adicional de 28,07 %. Tiene 15 créditos más, en matemática, que la UCR; esto es un 25,8 % adicional. Además, tiene 7 más que la UNED, un porcentaje adicional de 12,28 %.

En créditos de pedagogía,

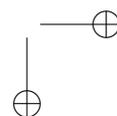
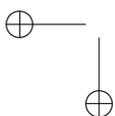
- la UNA incorpora 11 créditos más que la UNED (un 36,67 % adicional), y 5 créditos más que el ITCR (13,89 % adicional). También supera a la UCR en créditos en esta área.

En horas lectivas:

- El plan de la UNA supera al del ITCR en 22 si se refiere al total (un 15,49 % adicional), y en 31 horas si se compara solo en matemáticas (un 56,36 % adicional).
- El plan de la UCR supera en horas lectivas al del ITCR en 23 horas (un 16,19 % adicional) y en el área de matemática en 10 horas (un 17,54 % adicional).

En cuanto a las horas lectivas, la UCR supera a todas las otras; a la UNA la supera en apenas una hora. La diferencia entre estas dos últimas instituciones no se encuentra en el área de matemáticas, donde la UNA supera a la UCR en 21 horas.

Completemos nuestro análisis de créditos con algunas tablas, para observar la relación porcentual entre componentes matemático y pedagógico en cada institución universitaria:



Cuadro 4.5

**UNIVERSIDADES ESTATALES
PLANES DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
PORCENTAJE DE CRÉDITOS POR COMPONENTES CURRICULARES
PROFESORADO**

Universidades	Matemática	Educación	Otros	Total
UNED	60,20 %	27,55 %	12,25 %	100
UCR	44,89 %	27,55 %	27,55 %	100
UNA	55,10 %	30,61 %	14,29 %	100

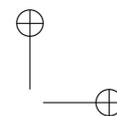
Con respecto al profesorado, las tres universidades presentan diferencias significativas en matemática, principalmente entre la UCR y la UNED de más de 15 puntos. En cuanto al área pedagógica se presenta poca diferencia entre la UCR y la UNED (2 puntos porcentuales), pero aumenta un poco entre la UCR y la UNA hasta más de 5 puntos. En cuanto a otros cursos se presentan grandes diferencias entre la UNED y la UCR de hasta más de 12 puntos, pero esta diferencia disminuye notablemente entre la UNED y la UNA (poco más de 2 puntos).

La organización de componentes no es tampoco uniforme.

Cuadro 4.6

**UNIVERSIDADES ESTATALES
PLANES DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
PORCENTAJE DE CRÉDITOS POR COMPONENTES CURRICULARES
BACHILLERATO**

Universidades	Matemática	Educación	Otros	Total
UNED	54,55 %	24,79 %	20,66 %	100
UCR	44,27 %	30,53 %	25,19 %	100
ITCR	45,60 %	28,80 %	25,60 %	100
UNA	51,05 %	28,67 %	20,28 %	100



En el grado de bachillerato, se tiene que, en el área de matemática, la diferencia entre la UNA y UNED no es tan significativa, el que sí presenta mayor discrepancia comparado con las anteriores es el ITCR, con hasta casi 9 puntos comparado con la UNED (que es quien tiene un porcentaje mayor en esta área). En cuanto al plan de cursos educativos las cuatro universidades estatales son muy similares. Con respecto a otros cursos, las diferencias entre la UNA y la UNED son mínimas. Sin embargo, entre el ITCR (que es quien tiene mayor porcentaje) y la UNA (la cual tiene un porcentaje menor) hay una diferencia de más de 5 puntos.

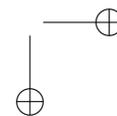
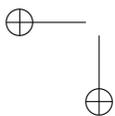
Es interesante que el plan de Bachillerato de la UCR es el que posee un porcentaje menor de matemáticas en su relación con otros componentes y, además, en cuanto a créditos, destina apenas 1 crédito más a matemáticas que el ITCR, que es, entre todas las instituciones, la que menor número de créditos detina a este componente.

En general, en cuanto a los componentes, tampoco se preserva una estructura muy similar; aunque sí en el caso de la UCR y el ITCR.

En el grado de licenciatura: la diferencia en el área de matemática entre la UCR y la UNA es de 8 créditos y 16 horas lectivas más en la UNA, en pedagogía la diferencia entre ellas es mínima y en otros cursos la UCR supera a la UNA en 4 créditos y 5 horas. En cuanto a créditos, la estructura de componentes de los planes de las dos universidades es muy semejante, pero se presenta un mayor énfasis en el área matemática en la UNA. Hay una diferencia marcada entre estos planes y el del ITCR, para empezar por el número total de créditos, y, además, por la estructura de componentes. Véase el cuadro 4.7.

El plan de licenciatura del ITCR consta de 8 cursos distribuidos en dos semestres y un semestre adicional para concluir el trabajo de graduación. Hay:

- Dos cursos de matemáticas con un total de 8 créditos y 8 horas semanales.
- Dos cursos de tecnologías con un total de 8 créditos y 6 horas semanales.
- Tres cursos de educación con un total de 12 créditos y 9 horas semanales.
- Un curso de Historia de la Matemática: 4 créditos y 3 horas semanales.
- Un trabajo final de graduación: 7 créditos.



Cuadro 4.7

**UNIVERSIDADES ESTATALES
LICENCIATURA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
CRÉDITOS Y HORAS LECTIVAS^{a/}**

Universidad	Matemática		Pedagogía		Otras		Total	
	créditos	horas	créditos	horas	créditos	horas	créditos	horas
UCR ^{b/}	81	85	56	76	38	41	175	202
UNA	88	101	57	67	34	36	179	204
ITCR	70	66	48	51	47 ^{c/}	51 ^{d/}	165	168

a/ Se suman los créditos y horas consignados en la tabla correspondiente al bachillerato.

b/ El plan no indica el número de horas Seminario de Enseñanza de la Matemática.

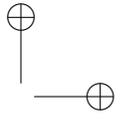
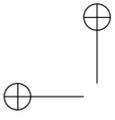
c/ De estos 47 créditos, 28 créditos corresponden a cursos que tienen que ver directamente con diferentes aspectos de uso de tecnologías. Además, se considera en este rubro los 7 créditos que tiene asignado el trabajo final de graduación; ni la UCR ni la UNA asignan créditos al trabajo final de graduación.

d/ De las 51 horas, 26 corresponden a cursos relacionados con tecnologías.

Fuente: Programas de estudios de la UCR (1992), la UNA (2005), el ITCR (2004) y la UNED (2004).

Algunas conclusiones generales:

- En el profesorado, en lo que se refiere al número de créditos hay bastante uniformidad en estas instituciones, sin embargo, no la hay en lo que se refiere a la estructura de componentes curriculares: la UNED da mayor énfasis a las Matemáticas.
- En el bachillerato, el grado donde se pueden comparar las 4 instituciones estatales hay diferencias abismales: entre la UNA-UCR y el ITCR-UNED: diferencias de 20 créditos son muy significativas y revelan una disparidad en la oferta académica que ofrece la universidad pública en esta disciplina. Y tampoco la estructura de componentes es muy similar (salvo UCR-ITCR).
- La UCR y el ITCR pseen alrededor de un 25 % en el componente “otros” (un 5 % más que la UNA y la UNED); sin embargo, en el caso de la

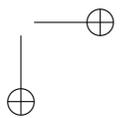
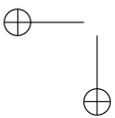


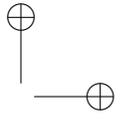
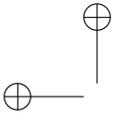
UCR esto se destina esencialmente a cursos complementarios (estudios generales), mientras que en el ITCR, dentro de este rubro hay un amplio componente de tecnologías (computación).

- La distancia más grande en cuanto a los créditos en relación con las otras instituciones la muestra la UNA en el bachillerato en relación con las otras instituciones. En horas lectivas, que la UNA posea un 56,36 % más que el ITCR en matemáticas, muestra una distancia desproporcionada.
- La licenciatura del ITCR tiene 14 créditos y 36 horas lectivas menos que la de la UNA: no está “sobrecargada” en créditos como pensamos sucede en la UNA y la UCR.

Se pueden añadir dos observaciones más en relación con la UNA:

- Su profesorado contiene un plan de 98 créditos que se deben completar en 3 años de estudio: un promedio de entre 32 y 33 cada año. Su plan de bachillerato establece 143 créditos en total, es decir: 45 créditos adicionales al profesorado. Esto significa que en el cuarto año de esa carrera se deben completar la mayoría de esos 45 créditos, de acuerdo al plan. Conclusión hay un desequilibrio entre el profesorado y el bachillerato en cuanto al número de créditos, y se “carga” mucho ese último año.
- En el 2005, la UNA realizó una modificación curricular para pasar de trimestres a semestres, para seguir decisiones globales de la institución. En la misma algunos componentes transversales y adicionales se incorporaron de acuerdo a la política general de la institución. La introducción de nuevos cursos obligó a una transformación de los cursos, en particular, de la disciplina: los créditos de muchos de los cursos de matemáticas se debieron reducir para albergar los nuevos de otros componentes. El problema es que los programas de los cursos en buena cantidad quedaron como estaban antes de la reforma, a veces sin modificaciones profundas en el paso que se dio de trimestres a semestres (Gamboa, 2007). Es decir: después de la reforma los cursos tenían menos créditos. Conclusión: hay una fuerte probabilidad de que estén sobrecargados para el “creditaje” que se les asignó.





Entonces, en la UNA se tiene un bachillerato con muchos más créditos que la UNED, el ITCR y la UCR, y la existencia de cursos con fuerte probabilidad de ser subvalorados en sus créditos, y un desequilibrio entre profesorado y bachillerato.

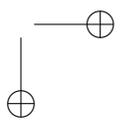
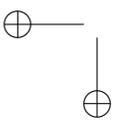
El CONARE ha establecido que los créditos para un bachillerato deben oscilar entre 120 y 144, y 30 a 36 créditos más al bachillerato para la licenciatura. Como hemos visto, la UNA está en el tope superior en cuanto al bachillerato. La UCR tiene un número de créditos intermedio y la UNED y el ITCR están en el límite inferior.

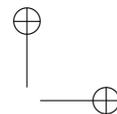
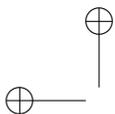
El análisis realizado no es todavía suficiente para precisar la naturaleza de cada plan de estudio. Es necesario analizar los contenidos con detalle.

CONTENIDOS EN LOS CURRÍCULOS

Al realizar un análisis de los contenidos de los cursos que componen los planes de estudios de las cuatro universidades estatales (Universidad de Costa Rica (UCR), Universidad Nacional (UNA), Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR) y Universidad Estatal a Distancia (UNED) en la formación de docentes para la Enseñanza de la Matemática, se pueden clasificar en varias áreas:

1. psicología;
2. pedagogía;
 - introducción a los procesos educativos;
 - didáctica;
 - currículum y planeamiento didáctico;
 - recursos didácticos;
 - evaluación de los aprendizajes;
 - contextualización de la labor docente;
 - desarrollo educativo costarricense;
3. matemática aplicada;
4. geometría;
5. cálculo y análisis,





- ecuaciones diferenciales;
- topología;
- teoría de números;
- métodos numéricos;
- variable compleja;

6. álgebra;

7. historia de la Matemática.

Incluiremos en las áreas, también, la investigación y la tecnología.

Los datos que se muestran aquí se basan en lo que los programas de estudio tienen escrito. Para ello se analizaron los contenidos de los cursos de la carrera de las cuatro universidades estatales. Es importante destacar que los datos pueden diferir al analizar lo que sucede en el aula en el desarrollo de cada uno de los cursos.

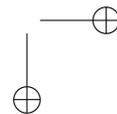
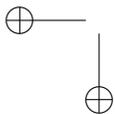
Psicología

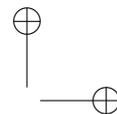
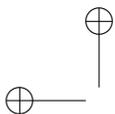
No existe una diferencia significativa en el área de psicología por parte de las universidades estatales, pues los contenidos desarrollados en ellas son similares. Las áreas temáticas principales son desarrollo adolescente, teorías de aprendizaje y psicopedagogía. En la UNA y UNED hay un curso donde se desarrollan estos temas, mientras que en la UCR y el ITCR existen dos.

Es importante mencionar que el curso *Psicopedagogía del adolescente* es parte de la malla curricular de la UCR, sin embargo, no fue posible analizar los contenidos que se desarrollan en él.

Pedagogía

En el área pedagógica los contenidos se pueden dividir en algunas temáticas que reseñamos seguidamente.





Introducción a los procesos educativos

Los contenidos de los cursos de este bloque dan una visión general de la educación, fines, principios, función social, entre otros.

La UCR, la UNA y el ITCR tratan temas generales sobre educación como políticas actuales, el análisis de nuestro sistema educativo, algunas técnicas de investigación, la relación de la educación con el ser humano, la sociedad y el entorno en sí, entre otros. Sin embargo, la UNED, no presentan contenidos en forma general, sino que se concentra en la Educación Matemática en sí.

En el caso de la UCR su currículum incluye temas sobre teoría de la educación en el último año del bachillerato y en la UNA, en el mismo período, se desarrollan temas sobre filosofía de la educación.

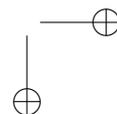
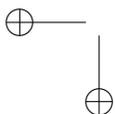
Didáctica

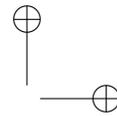
Cuando se analizan los cursos del área pedagógica se observan diferencias en cuanto a la universidad que los desarrolla.

La UCR desarrolla contenidos de forma general como enfoques educativos y planeamiento didáctico, pero no dirigidos a la Enseñanza de la Matemática.

Los contenidos de la UNA se orientan a conocer los planes de estudio de matemática, técnicas de evaluación así como enfoques y estrategias para la enseñanza.

Los planes de estudios más relacionados son los de la UNED y el ITCR. Los contenidos desarrollados por éstos son similares (metodologías para la Enseñanza de la Matemática, métodos y técnicas didácticas, fundamentos para la Enseñanza de la Matemática, entre otros) y se orientan hacia la Educación Matemática. Incluyen temáticas que no están presentes en la UNA y la UCR como transposición didáctica y sus fundamentos, obstáculos epistemológicos, solución de problemas como eje del aprendizaje de la Matemática y estudian tendencias actuales relacionadas con el aprendizaje de la Matemática.





Currículo y planeamiento didáctico

En las cuatro universidades estatales los contenidos desarrollados son similares. Nuevamente los contenidos que la UNED desarrolla parecen estar más dirigidos hacia la Educación Matemática y no tanto a un carácter general. Esta visión también ocurre en el ITCR, donde, dada la naturaleza, en algunos contenidos se desarrolla cierta especificidad de acuerdo al enfoque establecido.

Recursos didácticos

En cuanto a los recursos didácticos todas las universidades se enfocan en la Enseñanza de la Matemática. Se basan en la elaboración de materiales didácticos y el uso de estrategias metodológicas para todos los estudiantes, sin importar las dificultades que éstos presenten.

Aunque el ITCR no tiene los contenidos expresados en tal forma, por la naturaleza de la carrera los estudiantes se forman para utilizar la tecnología como una herramienta didáctica para la Enseñanza de la Matemática.

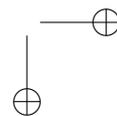
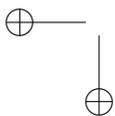
Evaluación de los aprendizajes

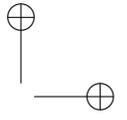
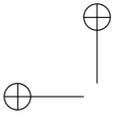
Respecto a los contenidos relacionados con la evaluación de los aprendizajes no hay diferencias en lo que las universidades estatales desarrollan. Solamente la UCR, al menos en el papel, abarca algunos temas de estadística con el propósito de analizar los resultados de las pruebas escritas.

Los contenidos se orientan al conocimiento de las técnicas de evaluación, elaboración de pruebas escritas, para qué evaluar y análisis de los resultados obtenidos.

Contextualización de la labor docente

Los planes de estudio de la UCR, UNA y UNED tratan de dar a conocer a sus estudiantes aspectos de la práctica docente como las adecuaciones curriculares, conocimiento de los programas de estudio, ética profesional, labor del docente





en el aula, planeamiento didáctico, técnicas de investigación en el aula, gremios, estructura del MEP y algunos otros aspectos relacionados con la realidad a la que se enfrenta el profesor como parte de un sistema jerárquico.

En el caso del ITCR, sin embargo, algunos de los temas anteriores no están explícitos en ningún curso, por ejemplo el estudio de las leyes y reglamentos relacionados con la docencia, mientras otros, como las adecuaciones curriculares, son un contenido de varios cursos.

Desarrollo educativo costarricense

Los contenidos relacionados con el desarrollo educativo costarricense abarcan desde las reformas educativas a través de la historia hasta la de la educación en nuestros días. Es importante destacar que solamente la UNA y la UNED tratan este importante contenido; mientras que la UCR y el ITCR no contemplan, en ningún curso, dicho tópico.

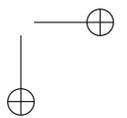
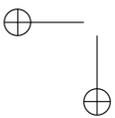
Además de los contenidos del bachillerato, a nivel de licenciatura la UNA desarrolla temas orientados a fortalecer la investigación educativa.

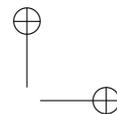
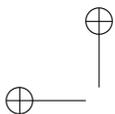
Matemática aplicada

En el área de matemática aplicada, los *curricula* de las universidades estatales desarrollan temas relacionados con física, estadística y probabilidades, matemática financiera y programación lineal.

Los contenidos comunes en las cuatro universidades estatales son los relacionados con estadística y probabilidades, los cuales no difieren entre sí. Solamente la UNA abarca un poco más de contenidos en ésta área, pues tiene un curso de *Inferencia Estadística* adicional.

En los planes de estudio de la UCR, UNA y UNED se contempla un curso de física, sin embargo, los contenidos desarrollados en cada una son distintos. Sólo en el caso de la UNA se presentan más contenidos del área de matemática aplicada, pues además de los anteriores se estudia matemática financiera y programación lineal.





Geometría

En el área de la geometría todas las universidades poseen cursos donde se abarcan contenidos relacionados con esta disciplina. Se pueden clasificar en geometría euclídea, geometría analítica y geometría no euclídea.

En cuanto a la geometría euclídea los planes de estudio de las universidades abarcan básicamente los mismos contenidos. La UCR, UNA y UNED contemplan en su plan de estudios un curso de geometría analítica, cuyos contenidos no tiene gran diferencia entre sí; el ITCR tiene, sin embargo, a la geometría analítica como un contenido de sus cursos de geometría.

Como parte de los contenidos de los cursos de geometría, todos los planes de estudio contemplan un enfoque histórico respecto a la geometría euclidiana y a las geometrías no euclídeas. Sólo en el caso de la UNA existe un curso como tal en el que se desarrollan contenidos relacionados con las geometrías no euclídeas.

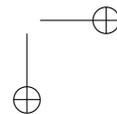
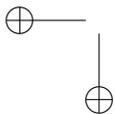
Cálculo y análisis

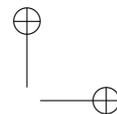
En esta área los contenidos se dividieron en:

- ecuaciones diferenciales;
- topología;
- teoría de números;
- métodos numéricos.

A nivel del profesorado los planes de estudio desarrollan contenidos respecto al cálculo diferencial e integral, relaciones, funciones, lógica y teoría de conjuntos, conjunto de los números reales, expresiones algebraicas, inducción matemática, entre otros.

Aunque existen contenidos diferentes, muy pocos, se puede decir que, en general, a nivel de profesorado, la UCR y UNED abarcan los mismos contenidos. La UNA se diferencia de las dos anteriores en que a nivel de profesorado los alumnos no estudian tópicos de ecuaciones diferenciales.





En el nivel de bachillerato, es importante indicar que los contenidos del curso *Principios de Análisis II* de la UCR no se analizaron, aunque se puede decir, de manera general, que se hace un estudio de las funciones en varias variables.

Los contenidos comunes en las cuatro universidades estatales a nivel de bachillerato son los relacionados con cálculo diferencial e integral, relaciones, funciones, lógica y teoría de conjuntos, el conjunto de los números reales, expresiones algebraicas, inducción matemática y el estudio de las funciones en varias variables (integración, derivación, límites, entre otros) y ecuaciones diferenciales.

Ecuaciones diferenciales

Respecto a ecuaciones diferenciales todos los graduados a nivel de bachillerato han cursado al menos un curso donde se desarrollan estos contenidos, los cuales no difieren entre sí significativamente.

La UCR y UNED incluyen entre los contenidos métodos numéricos para ecuaciones diferenciales, tópico que no está presente en la UNA y el ITCR en estos cursos, pero sí en un curso propio de métodos numéricos.

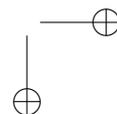
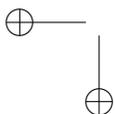
Topología

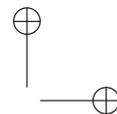
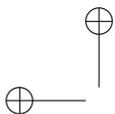
Hasta el año 2007, solamente la UCR incluía, a nivel de bachillerato, contenidos de topología; a partir de ese año, el curso de *Topología* se pasó al nivel de licenciatura. También la UNA la incorpora en su licenciatura. Sin embargo, en el ITCR estos contenidos no se desarrollan en ningún momento de la carrera, salvo en el curso de *Cálculo III*, donde se hace una breve introducción.

Teoría de números

Nuevamente en esta área hay diferencias en el plan de estudios de las cuatro universidades estatales. Solamente la UCR y la UNED abarcan contenidos sobre congruencias, divisibilidad, ecuaciones y funciones especiales de la teoría de números.

La UNA, por su parte, incluye un curso relacionado con esta temática en la





licenciatura; mientras que en el plan de estudios del ITCR estos contenidos están ausentes.

Métodos numéricos

En el caso de los métodos numéricos estos contenidos los desarrollan la UNA, la UNED y el ITCR. En la UCR no existe ningún curso similar.

Aunque los contenidos desarrollados son similares, en el caso de la UNA hay un enfoque más dirigido a la solución de ecuaciones diferenciales utilizando métodos numéricos.

A nivel de licenciatura, en la UCR y la UNA sí se presentan diferencias significativas en el área del cálculo y análisis. La UNA “se nivela” con el estudio de la teoría de números (tema ausente al nivel de bachillerato) y se orienta a desarrollar contenidos relacionados con análisis y la topología; mientras que en la UCR se desarrollan tópicos de variable compleja.

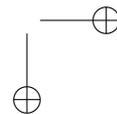
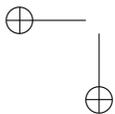
Los contenidos desarrollados en teoría de números por la UNA a nivel de licenciatura no difieren de los desarrollados por las otras universidades para el grado de bachillerato. Respecto a la “orientación” de la UCR y la UNA en el último nivel de sus planes de estudios: en la UCR, variable compleja, en la UNA topología.

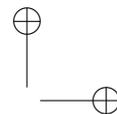
Álgebra

Los contenidos desarrollados en esta área se orientan al estudio del álgebra lineal y las estructuras algebraicas. En álgebra lineal los contenidos desarrollados por las universidades estatales son similares. Los tópicos relacionados con las estructuras algebraicas, se desarrollan de manera parecida en la UNA, la UNED y la UCR; estos contenidos son más densos que en el ITCR.

Historia de la Matemática

En cuanto a historia de la Matemática, los estudiantes de la UNED realizan un estudio de ésta a nivel de bachillerato, mientras que en la UNA y la UCR se





hace en licenciatura. En el caso de la UNA y la UCR no se presentan diferencias significativas. El de la UNED es mucho más amplio.

Los estudiantes del ITCR llevan un curso de historia de la Matemática en la licenciatura.

Investigación

En el área de investigación hay una diferencia entre las universidades estatales: en el plan de estudios de la UNA, por ejemplo, se le da una especial importancia con la existencia de varios cursos de la carrera, tanto a nivel de bachillerato como de licenciatura. También, como veremos más adelante, en casi todos los cursos de educación se incluye alguna referencia a la investigación. En la UNED existe solamente un curso y, básicamente, busca mostrar al estudiante la estructura de una tesis.

En la UCR y el ITCR este tema se presenta, someramente, en algunos cursos y se limita a conocer técnicas de investigación.

Tecnología

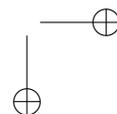
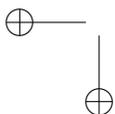
Dada la naturaleza de la carrera de Enseñanza de la Matemática del ITCR esta universidad está a la cabeza de las universidades estatales tanto en el manejo y creación de software como en programación.

En la UCR se ha orientado hacia el manejo de algunos paquetes como *Mathematica*, *Maple* y editores de texto como LATEX. El uso dado se ha enfocado al estudio de funciones y la visualización.

En la UNA se estudian algunos paquetes educativos para que los estudiantes puedan utilizar la tecnología como un recurso para la Enseñanza de la Matemática.

En el caso de la UNED no existe un curso que haga alusión al uso de la tecnología.

Ahora, vamos a analizar la bibliografía citada en los programas de estudio de estas instituciones.



LA BIBLIOGRAFÍA

Debido a la cantidad de cursos que posee el plan de estudios de la UNA, que incluye distintos módulos y optativas, la bibliografía de su plan de estudios es muy extensa e incluye diversos temas.

En el caso de la UCR, el ITCR y la UNED no se pudo obtener la bibliografía de todos los cursos. Del ITCR y la UNED faltaron dos cursos en ambas universidades, mientras que en la UCR no fue posible obtener la bibliografía de cinco cursos. Para ello se utilizó tanto el plan de estudios de las carreras como el programa de algunos cursos (documentos que se les brindan a los estudiantes al inicio de cada semestre).

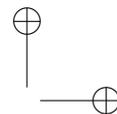
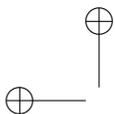
La mayoría de la bibliografía se concentra entre los años 1990 y 2000, un 38,6 %; seguido de la década de los ochenta y años 2000-2007, con un 15,96 % y 14,33 %, respectivamente. Existen libros, tanto de la especialidad como del área pedagógica, que datan de las décadas de 1950 y 1960, incluso antes.

Si bien existen libros clásicos que “no pasan de moda”, la mayoría de los textos se actualizan con el transcurso de los años, por lo que sería necesario renovar las bibliografías de los cursos por ediciones más recientes y mejoradas.

Los textos incluyen diversos temas, entre ellos: análisis, cálculo diferencial e integral, álgebra abstracta, teoría de números, topología, álgebra lineal, trigonometría, teoría de conjuntos, lógica, estadística, métodos numéricos, ecuaciones diferenciales, historia de la Matemática, matemática discreta, inferencia estadística, probabilidad, variable compleja, geometría analítica, geometría euclídea, geometría no euclídea, legislación educativa, psicología, didáctica, desarrollo del adolescente, teorías del aprendizaje, currículum, investigación educativa, medición y evaluación de los aprendizajes, educación costarricense, planeamiento didáctico, uso de la tecnología para la enseñanza, modelos de enseñanza, entre otros.

La bibliografía de los cursos se compone en su mayoría de textos. La mención a revistas especializadas o referencias electrónicas es muy poca.

Los textos incluidos en las bibliografías varían bastante entre las universidades. Hay referencias comunes, al menos en dos universidades, que hemos colocado en un anexo en la página <http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/recursos.php>.

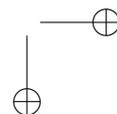
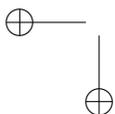


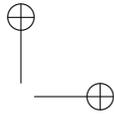
En el caso de geometría la bibliografía se orienta hacia el desarrollo axiomático de ésta, con énfasis en definiciones, postulados y teoremas. Se citan libros como:

- Hemmerling, E. (1986). *Geometría Elemental*. México. Editorial Limusa.
- Moise, E. (1967). *Geometría elemental desde un punto de vista avanzado*. México. Editorial Continental.
- Moise, E & Floyd, D. (1986). *Geometría Moderna*. México. Editorial Iberoamericana.
- Sanley, C., O'Daffer, P., & Cooney, T. (1997) *Geometría con aplicaciones y solución de problemas*. México. Addison – Wesley Iberoamericana.

En áreas como álgebra abstracta, teoría de números, análisis y topología, los textos se orientan hacia un abordaje matemático. Por ejemplo:

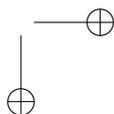
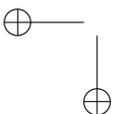
- Birkhoff, G.; McLane, S. (1985). *Algebra Moderna*. España. Editorial Vicens-Vives.
- Herstein, I. N. (1986). *Algebra Abstracta*. México D.F. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Kostrikin, A.I. (1983). *Introducción al Algebra*. Segunda Edición. Moscú. Editorial Mir.
- Baunslag, Benjamín. (1975). *Teoría de Grupos*. Editorial Mac Graw Hill. México.
- Apóstol, Tom. (1980). *Introducción a la teoría analítica de los números*. Editorial Reverté. España.
- Jones Burton. (1969). *Teoría de números*. Editorial Trillas. México.
- Leveque W. (1990). *Elementary theory of numbers*. Addison Wesley.
- Apóstol, T. (1977). *Análisis matemático*. Segunda Edición. Editorial Reverté. España.
- Mansfield. (1974). *Introducción a la Topología*. Editorial Alambra. Madrid.
- Munkres, J. R. (2002). *Topología*. Segunda Edición. Pearson Educación, S. A. Madrid.
- Seymour, L. *Topología general*. Mc Graw Hill. México.





En otras áreas como cálculo y ecuaciones diferenciales, la bibliografía incluye tanto textos con orientación hacia la Matemática pura como para ingenierías, es decir se hace un “balance” entre ambas. Situación similar ocurre con álgebra lineal, matemática discreta, métodos numéricos, probabilidad y estadística. Se citan por ejemplo:

- Anton, H. (1984). *Cálculo y Geometría Analítica*. Volumen II, México, Editorial Limusa.
- Apostol, T. (1978). *Calculus*. España. Editorial Reverté.
- Apostol, T. (1978). *Análisis Matemático*. España. Editorial Reverté.
- Fulks Watson. (1986). *Cálculo Avanzado*. México. Editorial Limusa, S.A.
- Leithold & Gerber. (1987). *Cálculo con Geometría Analítica*. Cuarta Edición. México. Editorial Harla.
- Larson R.; Hostetler R.; Edwards B. (1999). *Cálculo*. McGraw-Hill. México.
- Stewart, J. (2002). *Cálculo*. Thompson Learning. México.
- Halmos, P. (1965). *Espacios Vectoriales Finito-Dimensionales*. México: CECSA.
- Anton, H. (1997). *Introducción al Álgebra Lineal*. México. Ed. Limusa.
- Grossman, S. (1988). *Álgebra Lineal con aplicaciones*. Mc.Graw Hill, México.
- Noble, D. (1990). *Álgebra Lineal con Aplicaciones*. USA. Prentice-Hall.
- Bogart, K. (1998). *Matemáticas Discretas*. LIMUSA, México.
- Grimaldi, R. (1998). *Matemáticas Discreta y Combinatoria*. Addison Wesley, México.
- Lipschutz, S. (1992). *Matemáticas para Computación*. McGraw-Hill.
- Chapra, S; Canale, R. (2003). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. McGraw-Hill, México.
- Otto, P. (1974). *Ecuaciones Diferenciales*. Editorial Reverte, México.
- Ayres, F. (1987). *Ecuaciones Diferenciales*. McGraw-Hill. Serie Schaum, México.



- Barrantes, H. (1997). *Introducción a las Ecuaciones Diferenciales*. Costa Rica. Editorial UNED.
- Spiegel, M. (1994). *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México.
- Berenson, M.; Levine, D. (1992). *Estadística para Administración y Economía*. Nueva Editorial Interamericana. México.
- Cochran, W. (1987). *Técnicas de muestreo*. CECSA. México, D F.
- Freund, J.; Walpole, R. (1990). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. México.
- Walpole, R. y Myers, R. (1992). *Probabilidad y Estadística*. Editorial Mc Graw Hill. México.

En el área pedagógica la literatura es muy extensa y trata sobre diversos temas. Sin embargo, textos orientados en la Enseñanza de la Matemática son muy pocos. De las cuatro universidades públicas en la UNED y el ITCR es donde existe más este tipo de literatura, pero no suficiente. Algunos de los textos citados son:

- De Guzmán, M. (1995). *Tendencias innovadoras en la Educación Matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos.
- Gómez, P. (1995). *Profesor: no entiendo*. México. Editorial Iberoamérica.
- Santos, L.; Sánchez, E. (1996). *Perspectivas en Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Santos, L. (1996). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas*. Primera Edición. México D.F., México. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Alsina, C., Burgués C. y Fortuny, J. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, I., Gómez, P. (1998). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Una empresa docente.
- Grupo Azarquiel. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid: Editorial Síntesis.

- Kilpatrick, J., Gómez P; Rico, L. (1998). *Educación matemática*. Bogotá: Una empresa docente.

De manera general, la bibliografía en el área de la especialidad se orienta a una formación tanto en aspectos teóricos como prácticos. En el área pedagógica, la UNED y el ITCR se orientan, un poco, hacia la Enseñanza de la Matemática más específicamente, mientras que la UNA y la UCR presentan en su bibliografía textos generales.

Resulta importante destacar el hecho que en un curso *Geometría Euclídea I* de una de las universidades públicas aparecen como parte de la bibliografía los textos *Matemática Elemental 9 año* y *Matemática Elemental 8 año* de Manuel Barahona y Pedro Rodríguez.

Una situación similar ocurre con el curso *Recursos Didácticos para el Aprendizaje*, en cuya bibliografía se cita el texto *Principios y Técnicas para la elaboración de material Didáctico para el niño de 0 a 6 años* de S. Jiménez, aunque es un curso dirigido a estudiantes de Enseñanza de la Matemática que laborarán en secundaria, con adolescentes.

Vamos a resumir algunas de las observaciones realizadas sobre contenidos en una tabla, para así visualizar mejor las diferencias entre las diferentes universidades estatales en cada una de las áreas seleccionadas.

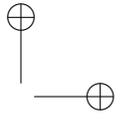
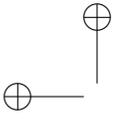
Cuadro 4.8

UNIVERSIDADES ESTATALES CURRICULA DE FORMACIÓN DOCENTE EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. CONCLUSIONES GENERALES SOBRE CONTENIDOS

Área	Conclusiones
Psicología	Los contenidos desarrollados por las universidades son similares. Posiblemente en la UCR y el ITCR se profundice un poco más en los contenidos, pues poseen dos cursos en los que se desarrollan los temas relacionados, mientras que la UNA y la UNED sólo uno.

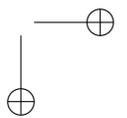
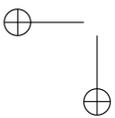
Pedagogía	<p>La cantidad de cursos de cada universidad que se clasificaron en esta área, a nivel de bachillerato, son: UCR (8), UNA (8), UNED (9) e ITCR (7).</p> <p>Los contenidos desarrollados en esta área preparan al docente para el ejercicio profesional en áreas como didáctica, currículum, recursos didácticos, evaluación de los aprendizajes, planeamiento didáctico, necesidades educativas especiales, teoría de la educación, entre otros.</p> <p>Los contenidos desarrollados son similares. Sin embargo, en la UCR y la UNA los tópicos se desarrollan, la mayoría, en forma general, sin particularizar en el área de la Matemática. Situación contraria se da en la UNED el ITCR donde los cursos del área pedagógica se centran, de manera particular, en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.</p>
Matemática aplicada	<p>Probabilidad y estadística en el común denominador de esta área en las universidades estatales. La UCR, UNED y UNA complementan con un curso de física. Solamente en el caso de la UNA los estudiantes, además, pueden cursar otros cursos de esta línea en la modalidad de los módulos, que constituyen cursos que el estudiante debe matricular, de acuerdo a la oferta académica correspondiente en cada ciclo para obtener el grado académico de Bachiller.</p>
Geometría	<p>Todas las universidades tienen, al menos, dos cursos de geometría que estudian, de manera axiomática, los contenidos que se desarrollan en secundaria. Además de éstos, la UCR, UNA y UNED tiene un curso denominado geometría analítica. Aunque el ITCR no posee geometría analítica como un curso, sí se hace una breve introducción en los cursos de geometría</p>
Cálculo y análisis	<p>que componen el plan de estudios, pero siempre están en desventaja respecto a las otras universidades.</p> <p>Nuevamente, en el caso de la UNA, los estudiantes pueden profundizar un poco más en esta área, pues pueden optar por módulos donde los cursos desarrollan contenidos de geometría no euclídea y trigonometría esférica.</p> <p>La mayoría de los cursos de matemática de todas las universidades se concentran en esta área. Se puede decir, en términos generales, que a nivel de bachillerato la UCR y la UNED abarcan contenidos similares.</p>

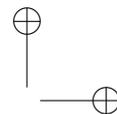
	<p>Las diferencias radican en que los graduados de la UNA, a este nivel, no cursaron materias relacionadas con topología y teoría de números; el ITCR no tiene un curso de topología tampoco. Luego, solamente la UCR no tiene en su currículum un curso de métodos numéricos.</p> <p>De hecho, la UNED tiene 9 cursos en cálculo y análisis, la UCR 8, el ITCR 8 y la UNA 7.</p> <p>Sin embargo, aunque la UNA “se queda atrás” a nivel de bachillerato, en el nivel de licenciatura, éste es el “énfasis”.</p>
Álgebra	<p>Todas las universidades tienen en su currículum, al menos, un curso de álgebra lineal y de estructuras algebraicas que desarrollan contenidos similares. Sin embargo, la UNA presenta un curso más en dicha área que se denomina lógica y teoría de conjuntos.</p>
Historia de la Matemática	<p>A nivel de bachillerato sólo la UNED incluye un curso relacionado en esta área. La UCR, la UNED y el ITCR lo incluyen en la licenciatura.</p>
Investigación	<p>Existe una marcada diferencia entre todas las universidades en el área de investigación. La UNA es la que más hace énfasis en ella en casi todos los cursos de educación. Este componente se refuerza en el bachillerato y licenciatura. En el caso de la UNED y la UCR se presenta como un curso sólo al finalizar el bachillerato. En UCR se da más énfasis en la licenciatura. En el ITCR pocos cursos abarcan contenidos del área de investigación; puede decirse que ésta no es una área de prioridad dentro de su plan de estudios.</p>
Tecnología	<p>Dada la orientación de la carrera del ITCR, sin lugar a dudas ésta es la universidad que le da más énfasis al área tecnológica como un recurso para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. La UNA tiene cursos en los que se trata de mostrar al estudiante los posibles usos de la tecnología como herramienta didáctica, así como valorar la pertinencia de su uso y en qué temas o contexto.</p> <p>A diferencia de las dos universidades anteriores, los cursos de la UCR bajo esta línea se orientan al uso de la tecnología para el estudio de contenidos de las Matemáticas y no como recurso didáctico para la enseñanza de ésta.</p> <p>Un caso distinto sucede en la UNED, donde este componente está ausente del todo.</p>



Podemos añadir los siguientes elementos:

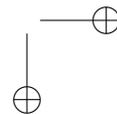
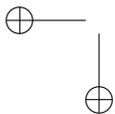
- La modalidad en la UCR, UNA, ITCR es semestral; en la UNED es cuatrimestral. No obstante el profesorado y el bachillerato poseen, donde se otorgan, la misma duración.
- Si juzgamos por los contenidos que aparecen en los currículos analizados, se puede decir que en las universidades estatales (salvo en el caso del ITCR) existe una formación base común siguiendo, en esencia, una misma lógica: aparte de contenidos en temas generales, bastantes contenidos matemáticos, en menor medida contenidos en educación general, y en mucha menor medida contenidos en pedagogía específicamente orientada a las Matemáticas. Aunque este esquema básico se sigue en los programas de las 4 universidades, sin embargo, existen diferencias en la amplitud y la profundidad de los contenidos que se desarrollan en cada institución.
- En el ITCR los cursos de computación aportan un sesgo diferente en su currículo. No obstante, la lógica en la organización de los otros componentes es similar a las otras instituciones.
- En términos generales, relativamente, el plan de estudios que introduce más contenidos específicos de la Enseñanza de la Matemática es el del ITCR.
- Los cursos del área pedagógica de la UCR y la UNA no son tan específicos a la enseñanza aprendizaje de la Matemática, como los incluidos en los planes de estudio de la UNED y el ITCR; eso conduce a una cantidad mayor de contenidos de este tipo en varios temas en los programas de las dos primeras instituciones. Como consecuencia, la “generalidad” que domina en los cursos educativos de la UCR y la UNA hacen que temas importantes específicos para el ejercicio profesional de un docente en matemáticas no sean estudiados con la profundidad requerida en estas dos instituciones.
- Los programas de la UNA incorporan más contenidos de investigación que las otras universidades, no obstante, esto no sucede en el área de la Matemática. En general, los contenidos relativos a investigación son muy escasos en todos los planes de estudio; y no se aprecia como un eje transversal.

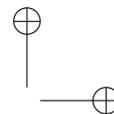
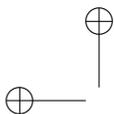




- En cuanto a contenidos matemáticos, los planes de la UCR y la UNA son los más amplios. En particular, la UNA, mediante su modalidad de “módulos”, incluye contenidos que no están presentes en los planes de estudio de las otras universidades del todo o con tanta especificidad: trigonometría esférica, geometría no euclídea, programación lineal, matemática financiera e inferencia estadística.
- La cantidad de cursos en el área de la Matemática del ITCR es menor que en las otras instituciones. Este hecho se expresa en la menor amplitud o profundidad de algunos temas, por ejemplo: geometría analítica en el ITCR se menciona como contenido mientras en las otras universidades estatales corresponde a un curso. Una situación similar ocurre con estructuras algebraicas.
- Siempre en matemáticas: variable compleja es un tema que solo se incluye en el plan de estudios de la UCR.
- El uso de la tecnología como herramienta para la Enseñanza de la Matemática no es un tópico que se contemple en el plan de estudios de la UCR.
- Las tecnologías de la computación en estas universidades salvo en el ITCR se manifiesta deficitaria. El caso más grave es el de la UNED en donde no existe ningún curso referido a este tema.
- La bibliografía que utilizan estas carreras es, en general, bastante desactualizada, con poca referencia a documentos en línea o a artículos de revistas, y el énfasis que posee corresponde a la separación entre pedagogía y matemáticas que hemos consignado en nuestro análisis; la bibliografía propiamente matemática corresponde a la profesión matemática o, en otros casos, hacia la ingeniería en diferentes formas, no hacia la Educación Matemática, salvo en pocas referencias.

Finalmente, es relevante incursionar en los procesos de evaluación que incluyen los cursos en estos programas de formación docente.





LA EVALUACIÓN

De acuerdo con la perspectiva actual, la evaluación de los aprendizajes debe permitir informarse con respecto a los aprendizajes de los estudiantes, pero, también, debe permitir al docente recapacitar respecto de su propuesta de enseñanza. Desde este punto de vista puede resultar útil determinar de qué manera se lleva a cabo tal evaluación en los diferentes cursos de los planes de estudio de las carreras de Enseñanza de la Matemática.

Desafortunadamente, en este caso, tal análisis solo se puede realizar de una manera parcial por diversas razones. Los planes de estudio de las diferentes universidades en lo que se refiere a la descripción de los cursos propiamente dichos no proponen, al menos de manera explícita, la forma de evaluación de los aprendizajes. Lo anterior hace que la forma en que va a evaluar su curso quede a criterio del profesor del curso en un período lectivo determinado.

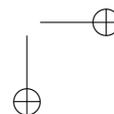
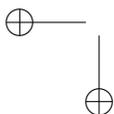
La práctica usual en la distintas universidades es que los profesores entreguen a sus estudiantes, al iniciar el ciclo lectivo, un documento en el que se describe el curso y, además de otras informaciones, se establecen los criterios de evaluación. Dada la forma en que se distribuyen tales documentos, generalmente es en una tarea difícil acceder a ellos para tener al menos una copia correspondiente a cada uno de los cursos.

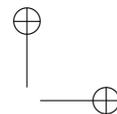
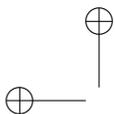
Aunque, como se mencionó anteriormente, la evaluación en un curso particular puede variar de un ciclo lectivo a otro, dependiendo de quien lo imparta, la información que proporcionamos a continuación aporta algunos elementos que permiten vislumbrar lo que ocurre en la realidad de aula en cuanto a este aspecto.

Dado que el tipo de información recabada difiere de una universidad a otra, no es factible realizar un análisis comparativo entre ellas. Solo se realiza en breve análisis para cada una en particular.

Instituto Tecnológico de Costa Rica

La Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico ofrece en la dirección http://www.itcr.ac.cr/escuelas/matematica/oferta_academica.aspx la descripción





de cada uno de los cursos de la carrera. En cada caso se da una breve descripción del curso, sus objetivos, algunas indicaciones metodológicas y la bibliografía, pero no se dice nada con respecto a la evaluación. Para algunos de los cursos es posible tener alguna idea de lo que podría contener la evaluación, además de los exámenes, a través de la metodología que se propone. Por ejemplo, en el área de matemáticas se menciona exposición de temas por parte de los estudiantes en al menos seis cursos. También se prevé la realización de laboratorios en dos de ellos. En el área de computación se menciona la realización de proyectos de programación y laboratorios. El área pedagógica presenta la que mayor variedad en cuanto a la metodología, que puede incidir en la forma de evaluación: exposiciones (2 cursos), proyectos (7 cursos), informes de lectura (2 cursos), elaboración de ensayos, participación en clase, propuestas didácticas (2 cursos).

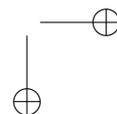
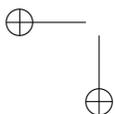
Universidad Nacional

Las descripciones de los cursos de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional ofrecen una descripción general del curso, objetivos, contenidos y una bibliografía; no indican nada sobre la evaluación. En unos pocos casos se puede deducir algunas actividades especiales, a través de la descripción, que pueden incidir en la forma de evaluar, además de los exámenes.

Ninguno de los cursos del área de matemática tiene una indicación que permita saber si se está previendo algún tipo de evaluación especial. En varios de los cursos del área pedagógica se mencionan actividades que pueden llevar a una evaluación diferente a la de exámenes solamente: investigación (6 cursos), propuestas didácticas y prácticas metodológicas (4 cursos).

Universidad de Costa Rica

En el caso de los cursos del área de matemáticas, la Escuela de Matemática coloca en sus sitio web los documentos que tienen que ver con las asignaturas que se imparten en el ciclo lectivo en curso; así se tuvo acceso a las “cartas al estudiante” del I ciclo lectivo de 2008. Además de éstas se tuvo acceso a varias de ciclos anteriores a través de otros medios y, también, a la gran mayoría de las cartas al estudiante de los cursos del área pedagógica, de diferentes ciclos



lectivos. El material recolectado permite tener un buen panorama de lo que sucede con la evaluación en estos cursos al menos durante los ciclos a los que los documentos corresponden.

La evaluación en los cursos de matemáticas es bastante tradicional; básicamente está constituido por exámenes parciales y tareas. La siguiente tabla indica el porcentaje de la nota dedicado a exámenes de los 15 cursos de matemáticas analizados.

Cuadro 4.9

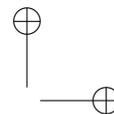
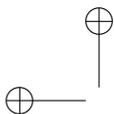
PORCENTAJE ASIGANDO A EXÁMENES A LA EVALUACIÓN EN 15 CURSOS DE MATEMÁTICAS DE LA CARRERA DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Porcentaje	100 %	Mayor o igual que 70 % y menor que 100 %	Mayor o igual que 50 % y menor que 70 %	Menor que 50 %	Total
Número de cursos	6	4	4	1	15

Fuente: Cartas al estudiante de MA0123 (2008), MA0175 (2008), MA0205 (2008), MA0270 (2008), MA0275 (2008), MA0304(2005), MA0360(2008), MA0370 (2008), MA0371 (2005), MA0372 (2005), MA0421 (2008), MA0540 (2007), MA0551 (2008), MA0552(2005), MA0610(2005)

Observamos que el 40% de los cursos analizados basan la evaluación exclusivamente en exámenes. La evaluación en los demás cursos contempla también tareas (6 cursos), trabajos especiales (2 cursos), proyectos (4 cursos).

La evaluación en los cursos del área pedagógica es sumamente variada. De los 11 cursos analizados ninguno está basado solamente en exámenes. Los tres cursos que dedican mayor porcentaje a los exámenes solo le asignan a este rubro el 45%. Cuatro de estos cursos no contemplan la realización de exámenes. Los modos de evaluación consideran la presentación de proyectos, ensayos, artículos, portafolios, exposiciones, propuestas didácticas, entre otros.



Universidad Estatal a Distancia

El plan de estudios de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNED solo hace una breve referencia a la evaluación:

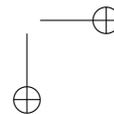
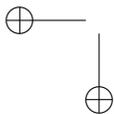
- a) La evaluación será sumativa con exámenes escritos, tareas y prácticas.
- b) Cada asignatura tendrá su modelo de evaluación, el cual se le indicará al estudiante en el respectivo cronograma de actividades de cada curso matriculado. (UNED, 2004, p. 37)

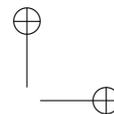
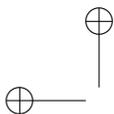
Por otra parte, el documento que se le entrega en cada curso al estudiante al iniciar el período lectivo en la UNED se llama “Orientaciones para el curso ...”. Este documento presenta una descripción detallada del curso, con objetivos, actividades a realizar, cronograma, etc. e incluye el modelo de evaluación correspondiente. Dado que en el sitio web de la Universidad (<http://www.uned.ac.cr/>) se colocan estos documentos, se tuvo acceso a las orientaciones de todos los cursos del plan de estudios impartidos durante el año 2007 y el primer cuatrimestre del año 2008. Esto permite tener un panorama claro acerca de la evaluación en los cursos de esta carrera.

Los 15 cursos del área de matemática presentan en principio un esquema de evaluación tradicional con dos exámenes y una o dos tareas. Once de ellos dan un valor de 80 % a los exámenes y de 20 % a las tareas; dos cursos dan 85 % a los exámenes y 15 % a las tareas y otros dos dan 90 % a los exámenes y 10 % a las tareas.

Sin embargo, 14 de esos cursos presentan una cierta flexibilidad en la evaluación. Se les ofrece a los estudiantes un modelo de evaluación alternativo si deciden realizar actividades a través de la plataforma virtual de los cursos o participar en talleres. El cambio consiste en reducir el peso de los exámenes y asignar ese porcentaje a la participación en talleres o en las actividades de la plataforma virtual.

Contrario a lo que sucede en las otras universidades, la oferta evaluativa en el área pedagógica de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNED es bastante limitada; predomina el esquema tradicional de evaluación basada primordialmente en exámenes. Seis de los cursos contemplan la realización de





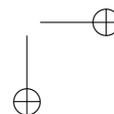
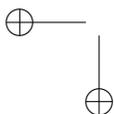
dos exámenes cuyo peso varía entre el 70 % y el 100 %. El porcentaje restante está formado por tareas (en un caso), ensayo (en un caso) o proyecto (un caso); como se puede ver, tres de los cursos del área pedagógica se evalúan a través de dos exámenes solamente. Otros dos cursos de esta área tienen un examen (30 % en un caso y 50 % en el otro); la nota se completa con foros y un proyecto en el primer caso y con tareas y una guía didáctica en el segundo.

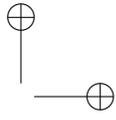
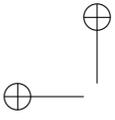
Algunas conclusiones sobre la evaluación

Aunque como lo mencionamos antes, la información que tenemos no nos permite realizar un análisis comparativo de lo que sucede con la evaluación en los diferentes programas, sí podemos puntualizar algunos aspectos:

- Por los datos que pudimos obtener, se vislumbra mayoritariamente y particularmente en el área de matemáticas: una evaluación de corte tradicional centrada en la realización de exámenes. Desde luego, esto limita la posibilidad de reforzar cierto tipo de competencias necesarias en un docente de matemática.
- Quizá por las características mismas de los cursos del área pedagógica, éstos presentan en general una mayor variedad de formas de evaluar, que apelan a diferentes habilidades y competencias de los estudiantes. Sin embargo, esto no sucede en el caso de la UNED en el plan de estudios actualmente vigente, aunque a partir del 2009 se esperan algunos cambios en esta área mediante los que se pretende subsanar algunas de las carencias.

Nos parece importante que las descripciones de los cursos en los planes de estudio contengan propuestas o sugerencias de evaluación de modo que ésta no quede al criterio, más o menos arbitrario, de quien imparte el curso en un momento determinado. Esta es una carencia de los planes de estudio analizados; tal carencia coadyuva para que, aún con el mismo plan de estudios, se de la posibilidad de una formación disímil.





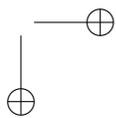
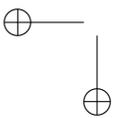
OBSERVACIONES FINALES

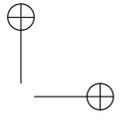
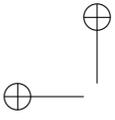
Con base en este análisis general con los parámetros indicados podemos subrayar algunos aspectos.

¿Es la formación en conocimiento matemático adecuada? La formación en el campo de la disciplina (matemáticas) es amplia en todas estas universidades, pues se destina a esta formación un porcentaje que oscila entre 44,89 % y 60,20 % en el profesorado y el 44,27 % y el 54,55 % en el bachillerato. Es la más importante en estos planes de estudio. En educación general se destina un porcentaje que oscila entre 27,55 % y el 30,61 % en el profesorado y entre 24,79 % y 30,53 % en el bachillerato. Con base en el número de cursos, créditos y horas lectivas de contenidos matemáticos podemos decir que las universidades estatales ofrecen suficiente formación, aunque existen diferencias en el alcance y la forma de generar este conocimiento. Sin embargo, los egresados de estas carreras no reciben formación en estas carreras en la comprensión del significado o lugar de los conceptos matemáticos en el conjunto de las Matemáticas (visión sistémica, holística o estructural), así como tampoco en múltiples representaciones de los conceptos matemáticos, en contextualizaciones históricas o muchos modelos aplicados de las Matemáticas. También persiste una carencia en estos programas en cuanto al establecimiento de puentes entre las Matemáticas universitarias y aquellas a enseñar en la educación secundaria.

¿La formación educativa? Los contenidos en educación general, de acuerdo a los *currícula*, son bastantes, tanto en pedagogía general, psicología, teoría curricular, evaluación, sociología educativa, etc. Sin embargo, son en la mayoría de los casos demasiado generales. Como mencionamos en otro capítulo, la investigación sostiene que estos conocimientos son menos instrumentales en la labor profesional de aula.

Existe una separación marcada entre el área de educación y la de matemáticas. Asociado a esto, y lo que constituye una clara debilidad en todos los *currícula*: poco espacio para el conocimiento pedagógico de las Matemáticas. Los graduados de estas carreras, aun asumiendo que tengan suficiente y apropiado conocimiento matemático, tienen poco conocimiento sobre cómo enseñar las Matemáticas específicas de la educación media. Existe un déficit en la pedagogía y las didácticas específicas de los diversos temas que constituyen el plan de estudio de matemáticas de la enseñanza media.





Estas debilidades en educación y pedagogía específicas se expresan de múltiples maneras en la práctica profesional. Un testimonio de asesores del Ministerio de Educación Pública lo resume Contreras (2002):

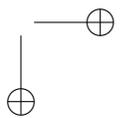
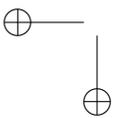
... el grupo de asesores ministeriales responsabilizó a las instituciones formadoras de docentes de no brindar la formación inicial adecuada. Identificó deficiencias de los profesores de secundaria en los siguientes ámbitos: a) el planeamiento didáctico: predomina el estilo telegrama, con objetivos muy pretencioso para lograrlos en una semana. b) los temas que se desarrollan en la enseñanza media: si bien cuentan con formación matemática, muchos de ellos no han profundizado en los temas propios de este nivel. c) la pedagogía de lo contenidos a enseñar.

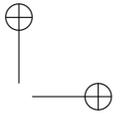
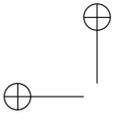
También este grupo de asesores señaló que en general, los profesores de matemática no reciben una formación inicial integral que aporte al profesor, tanto el componente humanista, que garantice una ética profesional, como el contenido matemático, y la pedagogía del contenido. (p. 142).

Y la misma fuente señala la opinión de un grupo de formadores de docentes e investigadores:

Consideran que los programas de formación de profesores de matemáticas que se ofrecen en las universidades no favorecen una preparación integral que integre la preparación matemáticas y la pedagógica. Un análisis de tales programas refleja la reducida dedicación que se destina a la preparación en la didáctica de los contenidos. Solo así explican el resultado de estudios realizados, en los que se muestra que las perspectivas de los estudiantes que se encuentran finalizando la carrera, respecto a las formas en que deben desempeñar su trabajo profesional, no se diferencian de las de los que inician. (Contreras, 2002, p. 143).

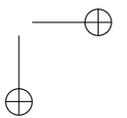
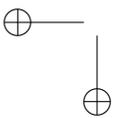
Las conclusiones apuntan a que estos programas de formación docente no incluyen el conocimiento pedagógico de las Matemáticas en la dimensión

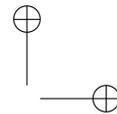




que se requeriría y, además, el tipo de matemáticas que incluyen no posee las características u orientaciones específicas adecuadas para el educador matemático.

Si el lugar de las competencias y conocimientos pedagógicos de las Matemáticas debe ser esencial en el currículo de formación inicial del educador matemático, inevitablemente, pensamos, en una perspectiva de cambio, deberá abrírsele espacio en el currículo; esto supondría probablemente una reformulación del currículo que reduciría los contenidos de educación general y, también, los de matemáticas en estas instituciones. Las matemáticas para el educador matemático en estos programas deberían sufrir importantes cambios, si se desea apuntalar la profesión.





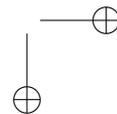
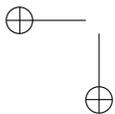
Capítulo 5

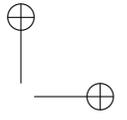
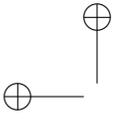
POLÍTICAS EDUCATIVAS OFICIALES EN LAS UNIVERSIDADES ESTATALES

Un aspecto importante a tener en cuenta en la formación del educador matemático es su relación con la política educativa vigente (MEP, 1992), puesto que los profesores van a tener que llevar a la práctica tales políticas.

ALGUNOS PRINCIPIOS DE LA POLÍTICA EDUCATIVA NACIONAL

Durante los años 90, el currículo nacional incorporó nuevos elementos como resultado de la teoría curricular que se había desarrollado durante décadas en el mundo: el paso de planes de estudio (listados de contenidos y objetivos) a auténticos currículos. La enseñanza de las Matemáticas no fue la excepción. En los años 1995 y 1996 los anteriores programas de matemáticas escolares cambiaron drásticamente tanto por este progreso curricular como por los enfoques que se incorporaron. Constructivismo, racionalismo, humanismo,



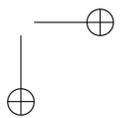
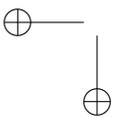


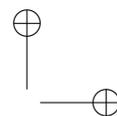
resolución de problemas, aprendizajes activos y colaborativos, formación continua, son términos que ocupan desde entonces un lugar especial en el currículo nacional. Nos parece pertinente consignar algunos de estos aspectos presentes en las políticas educativas y en los programas de estudio oficiales.

Debemos, sin embargo, hacer antes una advertencia. No es nuestro propósito en este trabajo analizar las calidades y la pertinencia de los lineamientos y políticas educativas que han emanado del Ministerio de Educación Pública y del Consejo Superior de Educación. Por ejemplo, no vamos a analizar si los grandes conceptos que invocan (racionalismo, humanismo y constructivismo) se usan apropiadamente o si existe consistencia en los planteamientos, tampoco cuestionaremos si se ajustan a las tendencias internacionales y a los hallazgos de investigación que existen en el planeta. Tampoco, finalmente, vamos a analizar si la relación que existe entre políticas educativas y programas específicos del currículo escolar de matemáticas es el adecuado (de acuerdo al mismo estudio de los programas específicos de matemáticas, *prima facie* encontramos que hay distancias significativas). Una investigación sobre la pertinencia de la política educativa oficial del país resultaría muy conveniente, y de igual manera una que analice la convergencia-consistencia de esa política con los programas específicos de estudio. Más relevante aun sería una investigación del papel de esas políticas en la labor precisa de aula. Chaves (2007) concluye que, en el caso específico de la Estadística, no hay convergencia de esas políticas con la práctica educativa, y se da una ausencia drástica de mediaciones educativas para aplicarla. ¿Es esa la situación general?

Las anteriores consideraciones nos establecen límites en cuanto a la pertinencia y utilidad del análisis que vamos a realizar a continuación. No obstante, consideramos, hecha esa advertencia, que, en relación con las Matemáticas, podemos extraer algunos elementos significativos que se incorporan en estos documentos programáticos oficiales y que pueden aportar información relevante para nuestro análisis global. Hemos decidido escoger solamente algunos de los principios:

- La investigación como factor importante para la práctica docente.
- El docente debe tener una amplia formación capaz de permitirle realizar la mediación pedagógica en su práctica.



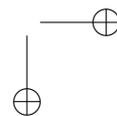
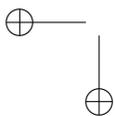


- El enfoque epistemológico constructivista es el adecuado para todas las dimensiones educativas.
- Coherencia entre la formación inicial y la formación continua, currículo y los instrumentos pedagógicos.
- Afirmación de la disciplina con perspectiva multi y transdisciplinaria.
- Integración de la formación inicial y la continua con cooperación interinstitucional permanente.
- La resolución de problemas es un mecanismo privilegiado.
- La historia de las Matemáticas es importante.

Estos dos últimos se encuentran no en los documentos de política educativa general, sino en los programas de matemática propiamente.

Podemos decir que las afirmaciones o buenos propósitos que enuncian estos elementos son convergentes con lo que, en nuestra opinión, es una visión adecuada de orientaciones que debería incluir la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas (aunque son insuficientes). Suscribimos estos términos, aunque, otra advertencia, no dejamos de ver que se trata de un conjunto muy abstracto y general de afirmaciones, que, por lo tanto, puede encubrir interpretaciones parciales o equivocadas o puntos de vista que no necesariamente compartimos. Por ejemplo, el concepto de resolución de problemas se usa más que nada en una acepción: ejercicios contextualizados, cuando, como hemos señalado en este estudio, es mucho más que eso. De igual manera, el término “constructivismo” semeja un paraguas teórico bajo el cual se cobijan muchas aproximaciones no idénticas a los asuntos epistemológicos del aprendizaje, y no necesariamente compartimos todas las visiones que se dicen constructivistas; ni necesariamente aceptamos todos los aspectos que todas estas visiones sostienen (no “somos” necesariamente constructivistas).

A pesar de estas limitaciones señaladas vamos a buscar si existe alguna convergencia entre los *curricula* de las universidades en la formación de docentes de enseñanza de las Matemáticas y estas políticas.



Recuadro 5.1**ALGUNOS ELEMENTOS DE LAS POLÍTICAS EDUCATIVAS OFICIALES EN COSTA RICA**

Algunas Políticas Educativas emitidas por el Consejo Superior de Educación (1994):

La investigación como factor importante para la práctica docente.

La investigación educativa, en el ámbito nacional, provincial, regional e institucional, debe constituirse en una de las fuentes primordiales para sustentar la continuidad e innovación de las acciones educativas tanto en la práctica cotidiana del aula como en la toma de decisiones administrativas.

De acuerdo con los documentos oficiales: son los docentes los que deben realizar la operacionalización de los principios filosóficos que rigen la Política Educativa, en coherencia con las posiciones teóricas que se derivan de las fuentes filosóficas y los enfoques prácticos que se desprenden de las fuentes teóricas.

El docente debe tener una amplia formación capaz de permitirle realizar la mediación pedagógica en su práctica

Tras el ideal de proveer una oferta educativa que promueva el desarrollo integral del ser humano, se concibe al docente como al profesional que con visión ilustrada, crítica, inteligente y autónoma, utiliza las estrategias de mediación que mejor se ajusten a las características y necesidades de aprendizaje del estudiante y a la naturaleza del objeto de conocimiento.

La mediación como estrategia didáctica y pedagógica se concibe como la focalización guiada de la atención del alumno hacia los estímulos esenciales de la situación de aprendizaje que conduzca a la resolución de problemas de variada naturaleza. El profesional de la educación, por lo tanto, haciendo uso de todo su conocimiento profesional, creatividad y talento, elige entre una amplia gama de didácticas activas y aprendizajes significativos, sean por recepción o por descubrimiento, aquellas opciones que mejor propulsen la construcción del conocimiento.

El enfoque epistemológico constructivista es el adecuado para todas las dimensiones educativas

El proceso de mediación del aprendizaje de construcción y reconstrucción del conocimiento se enmarca, primordialmente, dentro de una posición epistemológica constructivista. Por la vinculación con las diversas disciplinas, involucra tanto procesos deductivos como con los inductivos.

La evaluación de los aprendizajes debe reflejar la coherencia entre el qué, el cómo y el para qué, que demanda la Política Educativa. Debe atender tanto al proceso

Recuadro 5.1. Continuación

como al producto. Se concibe como un instrumento para monitorear el aprendizaje, retroalimentar al proceso educativo y coadyuvar en la determinación de la calidad de la educación mediante sus funciones diagnóstica, formativa y sumativa.

La didáctica está centrada en la actividad del educando como constructor de su propio aprendizaje.”

Coherencia entre formación inicial y continua, currículo y los instrumentos pedagógicos

Los planes y programas de estudio; los textos y otros recursos didácticos, los procesos de evaluación; la mediación del docente (didáctica), y la formación, capacitación y educación continua de educadores deben mostrar coherencia y coordinación entre sí.

Afirmación de la disciplina con perspectiva multi y transdisciplinaria

Los elementos que constituyen la práctica educativa: los planes y programas de estudio; los textos y otros recursos didácticos; los procesos de evaluación; la mediación del docente y la formación, capacitación y educación continua de los educadores, deben partir del énfasis en las disciplinas; transcurrir hacia un enfoque multidisciplinario o correlacionado en donde cada disciplina contribuye a la construcción y reconstrucción del conocimiento sin perder la identidad propia; para, finalmente, cuando sea apropiado, evolucionar hacia un enfoque transdisciplinario o de convergencia en que cada disciplina metodológicamente complementa e ilumina a las otras.

Integración de formación inicial y continua con cooperación interinstitucional permanente

La formación, capacitación y educación continua de los docentes debe ser un programa permanente que represente el trabajo conjunto de las instituciones formadoras y del Ministerio de Educación Pública, conformados en un Consejo Nacional de Desarrollo Docente.

La Formación, Capacitación y Educación Continua de los docentes debe responder a modalidades individualizadas y socializadas de construcción y reconstrucción del conocimiento. La Formación, Capacitación y Educación Continua de los docentes debe responder a los principios que se detallan a continuación. En primera instancia, debe responder a las necesidades reales detectadas por los mismos educadores, en su acción docente, y globalizada en ejes problemas. El aprendizaje y la construcción del conocimiento deben ser duraderos. Se debe, por lo tanto, generar un plan de acción que los mismos educadores establezcan mediante un proceso de auto y mutua formación.

Recuadro 5.1. Continuación

La teoría debe ser un sustento para la práctica, de tal forma que lo aprendido lleve a la reflexión cotidiana y a su aplicación sistemática en el aula.

Todo proceso de formación, capacitación y educación continua debe garantizar actividades sistemáticas de seguimiento que lo retroalimenten.

Dos orientaciones específicas para la disciplina que nos parecen relevantes (Ministerio de Educación Pública, 2005a, 2005b):

La resolución de problemas es un mecanismo privilegiado.

En buena medida, la resolución de problemas constituye el mecanismo privilegiado, para llevar a cabo la Educación Matemática así planteada. La orientación constructivista y empírica y el mecanismo general de la resolución de problemas que están presentes en la Educación General Básica, deben concebirse como la actitud cognoscitiva para la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles.

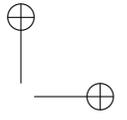
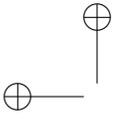
A la par del contenido, se deben estimular los procesos mentales de resolución de problemas. La práctica y el análisis de diferentes estrategias heurísticas, para la resolución de problemas, debe estar presente en las diferentes actividades del quehacer educativo.

La historia de las Matemáticas es importante

En la era presente, en la que hay exceso de información, es importante ofrecer elementos al estudiante sobre cuál ha sido el proceso de creación y desarrollo del conocimiento, la ciencia y la tecnología. Al ubicarnos en la realidad histórica y su proceso evolutivo, se ve la importancia y contribución de las Matemáticas al desarrollo de la humanidad, y esto resulta altamente motivante y extraordinariamente formador.

Fuentes: Consejo Superior de Educación (1994). *La Política Educativa hacia el Siglo XXI*. San José, Costa Rica. Ministerio de Educación Pública: Programas de matemáticas para la enseñanza media.

Si se analizan los fundamentos, los perfiles, y perspectivas generales que proponen los *currícula* de las 4 universidades, vamos a encontrar que muchos de estos elementos de la política educativa nacional -que hemos privilegiado- se encuentran mencionados de alguna u otra manera. Por eso, si se quiere una mayor profundidad y precisión en el estudio debemos analizar los cursos directamente, y determinar su presencia en los mismos.



Una aclaración: el principio de inter o transdisciplina no aparece explícitamente en los programas de los cursos. A lo sumo lo que aparece es el tema de las aplicaciones de las Matemáticas a otras disciplinas, que, aunque es un tema distinto, tiene alguna relación, y, por eso, lo hemos incluido en el análisis.

¿CUÁNTO SE MENCIONAN LAS POLÍTICAS EDUCATIVAS EN ESTOS PLANES DE ESTUDIO?

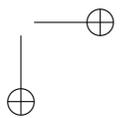
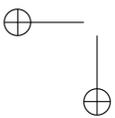
Universidad Estatal a Distancia

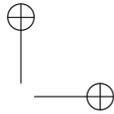
En cuanto al área pedagógica, el *currículum* de la UNED consta de 9 cursos, 8 de ellos a nivel de profesorado y 1 más a nivel de bachillerato. En términos generales estos cursos están relacionados con las propuestas de la política educativa fundamentalmente en lo que respecta a la mediación pedagógica. Solamente el curso *Recursos Audiovisuales* contempla entre sus contenidos algo relacionado con el constructivismo; se establece como uno de los diez temas de estudio: inteligencias múltiples y ambientes de aprendizaje “construccionistas”, multimediales y significativos.

Por otra parte, en el curso de *Práctica Docente* se menciona como uno de los catorce temas a considerar: la resolución de problemas en la Enseñanza de la Matemática.

Los objetivos y contenidos de los cursos del área pedagógica contemplan aspectos generales de la educación, sin mención explícita a los lineamientos que establece la política educativa. Podemos deducir del propósito general de cada uno de ellos y de sus objetivos y contenidos que están ligados de una u otra manera a la mediación pedagógica.

Se debe mencionar que en los años 2003–2004 se realizó una autoevaluación de esta carrera que llevó a la acreditación por parte de SINAES, como parte de este proceso se estableció un plan de mejoras de la carrera. Uno de los proyectos de este plan de mejoras es la sustitución de varios de los cursos del área pedagógica que la misma autoevaluación determinó que no estaban cumpliendo un papel adecuado en la formación de profesores de matemáticas. Dentro de la fundamentación de este cambio se menciona la importancia de la resolución





de problemas y diversos elementos contemplados en los planes de estudio de la enseñanza media y de la política educativa nacional. El propósito fue sustituir seis de los cursos de educación por cursos más ligados con la Enseñanza de la Matemática propiamente; estos nuevos cursos son:

- Recursos didácticos para la Enseñanza de la Matemática.
- Currículo para la Educación Matemática.
- Didáctica específica de la Matemática.
- Fundamentos históricos y filosóficos de la Matemática.
- Evaluación de los aprendizajes en la Educación Matemática.
- Investigación en la Enseñanza de la Matemática

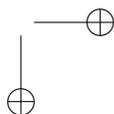
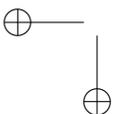
Algunos de estos cursos se comenzaron a impartir en el año 2008.

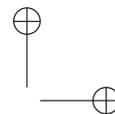
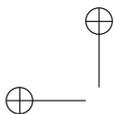
También en el currículo de la UNED, los cursos del área matemática están orientados fundamentalmente al contenido matemático y al método axiomático. Con respecto a la relación con los lineamientos de la política educativa y los planes de estudio de la enseñanza media, algunos de los programas de estos cursos hacen referencia en particular a dos de los componentes: la relación de la disciplina con otros campos, y la historia.

El área matemática del currículo de la carrera en la UNED consta de 15 cursos; 13 a nivel de profesorado y dos a nivel de bachillerato.

Con respecto a la relación de la disciplina con otros campos, se hace referencia explícita en 6 de los 15 cursos: *Cálculo diferencial*, *Cálculo integral*, *Cálculo superior*, *Ecuaciones diferenciales*, *Geometría Euclidiana I y II*. En ellos se indica la necesidad de resolver problemas que relacionen la Matemática con otras disciplinas, en particular con la Física. En el caso de los cursos de Geometría se enuncia la importancia de relacionar los conceptos geométricos con el entorno inmediato, con conceptos de otra disciplina y conjugar armoniosamente lo concreto con lo abstracto y viceversa, buscando un equilibrio apropiado entre la presentación de los tópicos de geometría rigurosa y la exposición de los temas desde el punto de vista intuitivo.

El aspecto histórico también parece ser una preocupación en este currículo puesto que en cinco de los programas de cursos se indica la necesidad de





introducir discusiones históricas y algunas filosóficas sobre los contenidos que se presentan. Esto se explicita aún más en los programas de los cursos de geometría puesto que se dice que "... Se tiene en cuenta también que en el ejercicio de su profesión el profesor (nuestro estudiante actual) necesitará conocer elementos históricos de esta rama" (UNED, 2004, p. 65). Debemos agregar que, adicionalmente, este currículo cuenta con un curso específico de Historia y Filosofía de las Matemáticas a nivel de bachillerato.

Universidad Nacional

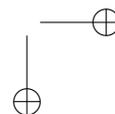
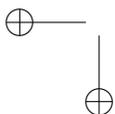
El *currículum* contempla en el área pedagógica 9 cursos a nivel de profesorado, 3 a nivel de bachillerato y 4 a nivel de licenciatura. Además, hay dos cursos denominados *Seminario de Investigación dirigida I y II*, que, aunque aparecen como propios de la disciplina, se refieren en particular a investigación en el campo de la enseñanza de las Matemáticas.

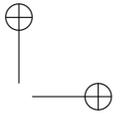
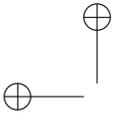
Los aspectos de la política educativa que estos cursos contemplan, de alguna manera, son los que se refieren al enfoque constructivista, la importancia de la investigación y la capacidad para la mediación pedagógica en el aula.

El enfoque constructivista se contempla únicamente en el curso de *Didáctica Específica*, en cuya descripción se dice que el curso estudia los fundamentos teóricos-metodológicos y los procedimientos didácticos del proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina que se enseña, desde una perspectiva constructivista y enuncia como el primero de los 8 ejes temáticos los fundamentos y principios de la teoría constructivista, aplicados a la mediación pedagógica en el proceso de aprendizaje de cada disciplina.

El interés por formar la capacidad del docente en la mediación pedagógica en su práctica está presente de diferentes maneras en todos los cursos.

Finalmente, el análisis detallado de los cursos hace patente la mención de la investigación educativa como un eje transversal a lo largo de los cursos del área pedagógica; de los 17 cursos analizados, 13 mencionan la investigación ya sea en su descripción, su metodología o sus ejes temáticos. En algunos, la investigación es una parte del curso, en otros el proceso investigativo constituye el objetivo general.





El área matemática del currículo de la carrera en la UNA consta de 22 cursos; 14 a nivel de profesorado y 5 a nivel de bachillerato y 3 a nivel de licenciatura.

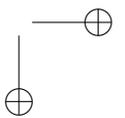
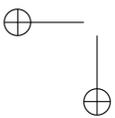
Lo mismo que en los currículos de las otras universidades estatales, en el currículo de la UNA los cursos del área matemática están orientados fundamentalmente al contenido matemático y al método axiomático.

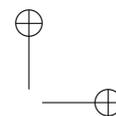
Esta malla curricular es omisa en cuanto a su relación con la política educativa y los planes de estudio de la enseñanza media; hay muy escasas alusiones explícitas a sus componentes.

Solamente en tres de los cursos (*Geometría Euclídea I y II* y *Álgebra lineal* se habla de aplicar los conceptos a la vida real o a otras disciplinas). El programa de uno de los cursos, *Álgebra Lineal*, establece “colocar al estudiante en el contexto histórico del desarrollo de la disciplina, haciendo referencia al origen y evolución de los temas expuestos, así como su posición actual y su interrelación con otras áreas disciplinarias” (UNA, 2005, p. 93). Uno de los módulos es sobre geometría no euclidiana; en él se establece la necesidad de la contextualización histórica. En cuanto a este componente, debe señalarse que hay un curso de *Historia de la Matemática*, a nivel de licenciatura.

Los cursos *Estadística y Probabilidades e Inferencia Estadística* dicen que se enfoca el interés del estudiante en su actividad como futuro profesor e investigador del campo educativo.

Hay un módulo sobre resolución de problemas en el que se indica el deseo de proporcionar al profesor de matemática en proceso de formación una serie de experiencias concretas a través de la resolución de problemas matemáticos, no rutinarios, y con potencial de facilitar razonamiento a un alto nivel (resolver problemas, desarrollar habilidades que le permitan resolver con éxito problemas variados y al mismo tiempo describir su solución y justificar su razonamiento durante la discusión de clase). No parece, sin embargo, hacer referencia a la visión actual que domina internacionalmente sobre lo que es la resolución de problemas: enseñar y aprender matemáticas *a través* de la resolución de problemas.





Instituto Tecnológico de Costa Rica

El *currículum* de la carrera de Enseñanza de la Matemática asistida por computadora contempla 11 cursos en el área pedagógica a nivel de bachillerato y 2 a nivel de licenciatura. Los aspectos de la política educativa que estos cursos contemplan, de alguna manera, son los que se refieren al enfoque constructivista, la resolución de problemas, la importancia de la investigación y la capacidad para la mediación pedagógica en el aula.

El interés por formar la capacidad del docente en la mediación pedagógica en su práctica está presente de diversas maneras en todos los cursos. En muchos casos se refiere a aspectos generales de la práctica pedagógica tales como el *currículum*, las teorías de aprendizaje, la psicología del adolescente, etc.

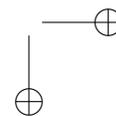
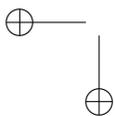
En el curso *Aprendizaje y didáctica de la Matemática*, por ejemplo, se hace referencia explícita a la resolución de problemas en dos momentos. Se menciona como uno de los temas a tratar en el curso: solución de problemas como eje del aprendizaje de la Matemática y se establece como parte de la metodología del curso la inclusión de la lectura, análisis y discusión de artículos, libros y propuestas innovadoras, para discutir situaciones problemáticas significativas. No hay mención explícita a la resolución de problemas en ninguno de los otros cursos del área pedagógica.

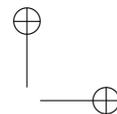
La preocupación por el componente investigativo se evidencia en tres de los cursos, ya sea en su descripción, en sus objetivos, contenido o metodología.

Finalmente, cuatro de los cursos del área pedagógica de esta carrera contemplan como parte de su metodología algunos elementos del constructivismo. Esto no se hace como parte de los contenidos del curso sino como una forma de llevarlo a cabo; esto es importante para la formación de los futuros profesores.

En conclusión, se denota una cierta preocupación por el componente investigativo pero, dado que solo aparece en tres de los cursos, no podemos decir que sea uno de los ejes. Existe un mayor grado de preocupación por la construcción conceptual por parte de los estudiantes, puesto que esto se establece de manera explícita en la parte metodológica de cuatro de los cursos analizados.

El área matemática del currículo de la carrera en el ITCR consta de 13 cursos en el bachillerato y dos más para la licenciatura. La preocupación central en





cada uno de estos cursos es, desde luego, el contenido matemático; sin embargo, se presentan algunos pocos aspectos relacionados con la política educativa en general.

Con referencia a los aspectos considerados en las políticas educativas y lineamientos de los programas de educación media, solamente un curso hace referencia a lo histórico: *Geometría I*.

Solamente cuatro cursos (*Fundamentos de matemática I y II, Cálculo y Análisis III y Ecuaciones Diferenciales*) establecen explícitamente entre sus objetivos la adquisición de destrezas y habilidades para la resolución de problemas.

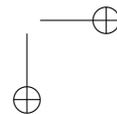
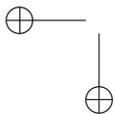
Tres cursos hacen referencia entre sus objetivos a la aplicación de los conocimientos adquiridos a otras disciplinas.

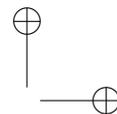
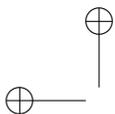
Los 15 cursos establecen la misma metodología. En ella se indica la necesidad de que el ambiente en el aula sea agradable, de confianza y de respeto mutuo; que la elección de un método didáctico deberá considerar las características de las personas participantes; que el docente debe ser un creador de oportunidades, promoviendo y generando aprendizajes. Cabe destacar que se solicita al docente que “las actividades que desarrolla, deben propiciar los procesos interactivos, el trabajo cooperativo y tratar que el estudiante construya su propio conocimiento”. Adicionalmente se propicia el uso del computador en todo el proceso de enseñanza aprendizaje.

En realidad podemos decir que, salvo lo mencionado, se encuentran casi ausentes los lineamientos de la política educativa en los cursos del área matemática.

Dadas las características del currículo del ITCR, analizamos aquí, también, los cursos del área de computación de esta carrera.

Esta área se compone de cinco cursos para el bachillerato y dos para la licenciatura. Los cursos *Programación I* y *Programación II* son específicos de programación, sin relación con las políticas educativas. Los *Talleres de multimedia* hacen mención explícita al componente investigativo en sus objetivos; uno de ellos es: investigar nuevas formas de enriquecer los ambientes de enseñanza-aprendizaje. Los restantes: *Taller de Software de Aplicaciones* y *Taller de Software Didáctico* están más relacionados con la capacidad de mediación pedagógica puesto que en el primero se trata del diseño,





implementación y evaluación de software que puede ser utilizado como recurso didáctico y el segundo intenta integrar en sus proyectos conceptos de las tres áreas fundamentales: Pedagogía, Matemática y Computación.

Universidad de Costa Rica

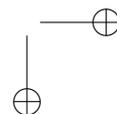
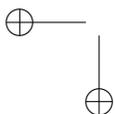
El *currículum* de la carrera de Enseñanza de la Matemática contempla en educación, en total, 16 cursos: 8 cursos a nivel de profesorado, 4 a nivel de bachillerato y otros 4 a nivel de licenciatura. Hemos tenido acceso a los programas de los ocho cursos que corresponden al nivel de profesorado, a tres de los cursos de bachillerato y dos de los cursos de licenciatura, mediante el documento que el profesor del curso entrega a los estudiantes al iniciar el curso lectivo (carta al estudiante). Este tipo de documento está basado en el programa oficial del curso y además refleja la realidad de lo que se pretende hacer en el desarrollo del mismo durante el ciclo lectivo al que corresponde.

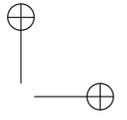
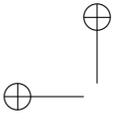
Los cursos *Introducción a la pedagogía*, *Desarrollo y aprendizaje en la adolescencia*, *Taller materiales didácticos y medios audiovisuales*, *Principios de currículum*, *Fundamentos de didáctica* y *Principios de evaluación y medición educativa*, tratan aspectos muy generales de la temática a la que se refieren. Estos son cursos que no están dirigidos específicamente a la Enseñanza de la Matemática y solamente atienden al aspecto de capacidad para la mediación pedagógica contemplado en la política educativa.

El componente investigativo se considera en tres de los cursos señalados.

Los cursos *Metodología en la Enseñanza de la Matemática* y *Experiencia docente en Matemática* hacen explícita la importancia de la formación continua. En el primero de ellos se establece como uno de sus objetivos: fomentar una actitud de formación constante en la Educación Matemática. En el segundo, un objetivo es: percibir la importancia de una formación permanente en servicio.

Por otra parte, el curso *Metodología en la Enseñanza de la Matemática* también menciona la importancia de la historia en el proceso; uno de sus objetivos es: investigar el desarrollo histórico de conceptos. Este mismo curso establece dos objetivos importantes en cuanto a la relación con la política educativa y los planes de estudio de la enseñanza media; se establece: estudiar expectativas en relación con la Enseñanza de la Matemática y analizar contenidos de los programas de matemática en la enseñanza media.





Adicionalmente, existen dos cursos explícitamente dirigidos a la investigación: *Investigación para el mejoramiento del aprendizaje* e *Investigación en Enseñanza de la Matemática* y otros dos con un fuerte componente en investigación, denominados *Seminarios en Enseñanza de la Matemática*.

Podemos concluir que hay una cierta preocupación por el componente investigativo; también, algo que aquí aparece y que no se nota de modo explícito en los currículos de las otras universidades estatales es la preocupación por la formación continua. Aunque el currículo en general no establece mecanismos que permitan dicha formación, sí contempla la importancia de que el futuro profesional sea consciente de la necesidad de mantenerse actualizado y en continua formación.

El área matemática del currículo de la carrera en la UCR consta de 18 cursos (incluyendo dos laboratorios de matemáticas); 12 (con los dos laboratorios) a nivel de profesorado, 3 a nivel de bachillerato y 3 a nivel de licenciatura.

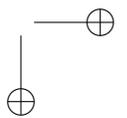
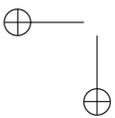
No se logró obtener programas oficiales actualizados de algunos cursos; para el análisis se utilizaron las cartas al estudiante. En general, estas cartas presentan solamente algunos objetivos del curso y de modo bastante escueto un listado de contenidos; además de algunas cuestiones de tipo administrativo. De lo que ellas dicen se deduce que los cursos del área matemática están orientados fundamentalmente al contenido matemático y al método axiomático.

Se hace referencia a la contextualización histórica en ocho de los documentos mencionados; corresponden a: *Geometría I*, *Geometría II*, *Ecuaciones diferenciales*, *Álgebra para la enseñanza*, *Principios de Análisis I*, *Introducción a la Topología*, *Introducción a la Teoría de Números*, *Introducción a la variable compleja*.

Tres de los documentos consultados (*Principios de análisis I*, *Principios de análisis II*, *Ecuaciones diferenciales*) hacen mención explícita de relación de las Matemáticas con otras ciencias, en el contexto de las aplicaciones y otros cuatro lo indican con menor énfasis.

De modo explícito la importancia de la resolución de problemas como parte del quehacer matemático solo en uno (*Álgebra y análisis I*) se menciona entre los objetivos generales; otros cuatro lo mencionan menos enfáticamente.

El componente investigación no aparece de manera explícita en los documentos consultados.

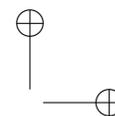


ALGUNAS CONCLUSIONES SOBRE CURRÍCULOS Y POLÍTICAS EDUCATIVAS

Vamos a consignar la información suministrada por medio de una tabla. En las filas ponemos principios educativos oficiales, en las columnas las universidades. La primera fila de cada principio educativo señala la presencia del mismo en los cursos de educación, la segunda fila hacia abajo en los cursos de matemática. En el caso del ITCR, en esa segunda fila también se incluye los cursos de computación, lo que se hace explícitamente para evitar confusión.

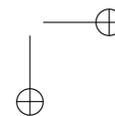
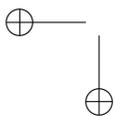
Cuadro 5.1				
POLÍTICAS EDUCATIVAS EN LOS CURRÍCULOS DE FORMACIÓN DOCENTE EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS DE LAS UNIVERSIDADES ESTATALES				
	UNA	ITCR	UNED	UCR
La investigación	13 de 17 cursos incluyen la investigación	En 3 cursos se menciona		En 7 cursos se considera
	Tiene 2 cursos de investigación	En 1 curso de computación		
El docente, mediación pedagógica	Todos los cursos	Está presente en todos	Sí en los cursos de educación	Presente en todos los cursos
	Los 2 cursos de investigación incorporan esto	Presente en los 13 cursos de matemática Presente en 2 de 5 cursos de computación		Presente en seis cursos

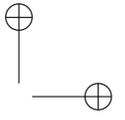
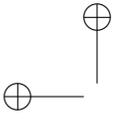
Enfoque epistemológico constructivista	En un curso	En 4 cursos se menciona	Se menciona en 1 curso	
	2 cursos de investigación lo incorporan			Presente en un curso
Formación inicial y continua, currículo y los instrumentos pedagógicos				Dos cursos lo mencionan
Disciplina con perspectiva multi y transdisciplinaria	3 cursos hablan de aplicaciones	3 cursos mencionan aplicación	Sí en 6 de 15 cursos de matemática	Presente en siete cursos
Resolución de problemas		Se menciona en un curso	Se cita en 1 curso.	
	Hay un curso corto en la temática	Se menciona en 4 de 13 cursos		Presente en cinco cursos
Historia de las Matemáticas				Un curso lo menciona
	En 2 cursos se menciona. Un curso en la licenciatura	Se menciona en un curso	Se cita en 5 cursos. Un curso específico.	Mencionado en 8 cursos. Hay 1 curso de licenciatura



Varias observaciones comparativas se pueden establecer.

- El tema de la investigación en la UNA tiene la mayor participación de todas estas instituciones, pero, debe decirse, no aparece en los cursos propiamente de matemáticas. Es interesante que sí aparece mencionado en todos los cursos de educación, y que existan dos seminarios de investigación. En el ITCR los cursos de matemáticas no lo mencionan y solo 3 de educación y 1 de computación. En la UNED no hay mención alguna. En la UCR se menciona en 7 cursos de educación; todos ellos del área pedagógica.
- En cuanto a la mención a la mediación pedagógica: está presente en todos los cursos de educación. En la UNA, en el área de matemática, solo en los de investigación; no aparece en ninguno de los cursos propios de matemática. En la UCR aparece en 6 cursos de matemática y en la UNED no aparece en ningún curso de matemática. Es interesante que en el ITCR sí aparezca en todos los cursos de matemática.
- Enfoque constructivista se menciona: en la UNA en un curso de educación y 2 de investigación, nada en el resto. En el ITCR se menciona en 4 cursos de educación, en la UNED en uno. En los de matemática del ITCR y la UNED no se menciona.
- Solo un curso de educación en la UCR menciona lo de la formación continua. El resto nada.
- Aplicaciones de las Matemáticas en otras disciplinas solo se menciona en los cursos de matemática: 3 cursos en la UNA, 3 en el ITCR, y 6 en la UNED. No obstante, se menciona en 7 cursos de matemáticas de la UCR.
- La resolución de problemas: en la UNA hay un curso corto sobre el tema (no juzgamos aquí si se conceptúa y desarrolla bien). En la UNED se cita en un curso de educación. En el ITCR en 4 cursos de matemáticas y 1 de educación se cita. En la UCR en 5 cursos.
- Historia de la Matemática: en la UNA se menciona en 2 cursos, y hay un curso en la licenciatura. En el ITCR se menciona en un curso. En la UNED se cita en 5 cursos y hay un curso específico en el bachillerato. En la UCR es donde más énfasis se le da pues aparece mencionado en 8 cursos además del curso específico que se ofrece al respecto.





- Un caso especial es el que refiere a la mediación pedagógica en el ITCR que en todos los cursos salvo 3 de computación este principio aparece.
- No aparece investigación en ningún curso estrictamente de matemática, ni siquiera en la UNA donde en el área de educación aparece en todos.
- La formación continua es un ausente casi completo, solo la UCR lo menciona en 2 cursos.

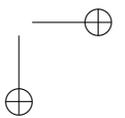
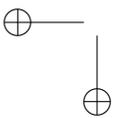
Por otra parte, otras conclusiones se pueden establecer:

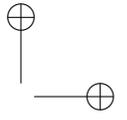
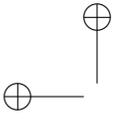
La primera conclusión general es que los principios de la política educativa que hemos escogido no están presentes en la malla curricular con la amplitud que se esperaría. Hay un pronunciado divorcio entre estos principios como un todo y la malla curricular.

Segunda conclusión: hay una diferencia cualitativa entre los cursos de las áreas de matemática y de educación: en los de matemática los principios de la política educativa aparecen mucho menos que en los del área de educación. Incluso en los asuntos muy pertinentes para las Matemáticas como resolución de problemas y aplicaciones interdisciplinarias su participación es mínima.

Salvo el caso del ITCR (y en este caso, es la repetición de un mismo esquema de mediación, no un detalle de estrategias específicas), es muy significativo que no se mencione la mediación pedagógica en ningún curso de matemática de la UNA y la UNED.

Retomamos ahora un asunto relevante en nuestro análisis: algunos de estos principios fueron declarados como parte de los objetivos y competencias que generaría la carrera en las fundamentaciones de los *curricula*. Y, realmente, no aparecen en los cursos individuales. Un caso de inconsistencia lo ofrece la UNA: investigación, aplicaciones matemáticas e historia se declaran, incluso, como ejes curriculares de toda la carrera. En los cursos de matemática propiamente ni uno solo menciona investigación (a pesar de que es la universidad que más incorpora la investigación en este currículo), la historia se menciona en dos cursos y posee uno solamente cuando se llega a la licenciatura. Se mencionan aplicaciones solamente en tres cursos de la carrera. Su fundamentación está llena de frases de mediación pedagógica, ambientes de aprendizaje, y ni un solo curso de matemática posee la referencia a la mediación pedagógica. De igual manera,





el ITCR declara como un eje transversal el “investigativo”, y solo se menciona en 4 cursos de su plan (3 en educación y 1 en computación), 0 en matemática.

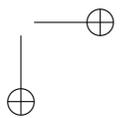
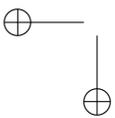
¿Conclusión general? La existencia de una gran distancia entre la fundamentación ofrecida por estos currículos y las mallas curriculares. La fundamentación hace referencia a aprendizajes activos y colaborativos, compromisos con la criticidad, perspectivas de asociación con los entornos sociales y culturales, aplicaciones, historia, investigación, construcción cognoscitiva, etc. y en los cursos esto no se aprecia en la dimensión declarada por la fundamentación.

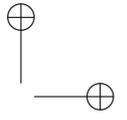
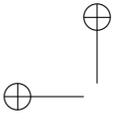
Hay en el caso de la UNA y el ITCR una referencia común a los principios de Delors, que fueron muy populares a finales del siglo pasado: *Aprender a conocer*, *Aprender a hacer*, *Aprender a vivir*, *Aprender a ser*. Sin embargo, hay pocos puentes entre esas palabras o propósitos y la organización efectiva de cursos propiamente.

La sensación que dejan estos documentos es que incluyen marcos teóricos de fundamentación curricular hasta cierto punto pertinentes (ya hicimos algunas observaciones sobre ellos), pero sin tocar la esencia de programas de estudio anclados en el pasado, vistos éstos como simples listados de cursos. No hay una correspondencia apropiada entre fundamentación y cursos. Están llenos de descripciones generales y abstractas de buenos propósitos en cuanto a lo que provocaría cada carrera, pero una vez en los planteamientos de los cursos es difícil encontrar lo que se propone en la fundamentación. No todos los currículos poseen, sin embargo, el mismo nivel de inconsistencia, porque en algunos casos fueron más cautos y limitados en las declaraciones de los fundamentos. El currículo del ITCR, por ejemplo, posee una fundamentación más reducida.

Insistimos en una advertencia: como el objetivo de esta investigación no fue analizar la práctica en el aula asociada a estos currículos, señalamos que puede existir una distancia entre lo que plantea el currículo y lo que se hace. Podría ser que aunque no se declaren o mencionen los principios o afirmaciones curriculares de partida, sin embargo, se usen y apliquen. O al revés: se mencionan pero no se usan. Sería un tema muy importante para una nueva investigación.

Pasamos a otras observaciones. Del estudio realizado se puede observar una tendencia en los cursos de matemáticas (objetivos, bibliografía):

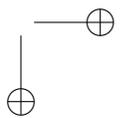
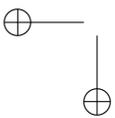


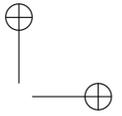
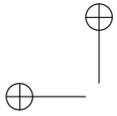


- Sobredimensionamiento de los aspectos formales, axiomáticos y demostrativos de las Matemáticas en detrimento de otras dimensiones que vinculan más las Matemáticas con los entornos físicos y socioculturales, que son cruciales para el educador (en particular para apreciar el valor y la utilidad de las Matemáticas). Esto se aprecia con claridad en la bibliografía que se usa.
- No se establece un tejido de relaciones explícitas entre el conocimiento matemático general y las Matemáticas que se deben enseñar, estos últimos están subsumidos dentro de todo lo demás y, muchas veces, los estudiantes tienen dificultades para entresacarlos y ligarlos entre sí de una manera coherente.

Finalmente, se debe señalar que existe una clara distinción entre el currículo del ITCR y aquellos de las otras instituciones aportada por la introducción del componente tecnológico. Esto tiene implicaciones relevantes. Por un lado, disminuyó la cantidad de cursos de matemáticas, y de otras disciplinas, creando un equilibrio de componentes distinto. Los vasos comunicantes entre matemáticas y computación, favorece (aunque solo hasta cierto punto) una visión de las Matemáticas menos formalista (énfasis en aspectos demostrativos y formales) y la potenciación de posibles aplicaciones a través de la misma computación. Las tecnologías informáticas provocan transformaciones en los contenidos, objetivos, la evaluación, la metodología y también en las mismas percepciones sobre el quehacer de las Matemáticas.

No obstante este relevante potencial, no parece que se haya logrado en esta carrera una apropiada integración de la computación como recurso didáctico (CONARE, 2005).





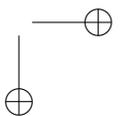
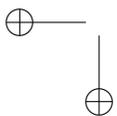
Capítulo 6

GRADUADOS DE UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS

Hay dos objetivos que buscamos realizar en este capítulo: por un lado, valorar el aporte en graduados de cada universidad, y, en segundo lugar, precisar las dinámicas en el crecimiento cuantitativo de los aportes de esas instituciones. En particular, nos resultará importante comparar universidades estatales y privadas. En esa dirección, el análisis lo haremos en varias etapas para observar las dinámicas históricas y las tendencias más recientes: periodo 1997-2006 (10 años), periodo 2001-2006 (6 años) y el más reciente 2004-2006 (3 años). Hemos seleccionado estos periodos de acuerdo a los datos existentes disponibles para poder realizar el mayor número de comparaciones pertinentes. Todos los datos que se usan en este capítulo fueron proporcionados por OPES CONARE y el CONESUP.

Bachilleres: los diez últimos años, 1997-2006

Empezamos con el bachillerato, que es la carrera donde más comparaciones se pueden hacer, dado que las privadas y el ITCR no ofrecen el grado de profesorado, y son pocas las instituciones que han ofrecido el de licenciatura.



Veamos una tabla con los datos de graduados en universidades estatales y privadas.

Cuadro 6.1

**BACHILLERES EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
GRADUADOS POR UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
PERIODO 1997-2006
Valores absolutos**

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
UCR	17	18	30	17	15	16	16	16	23	14
UNA	19	11	27	22	14	63	27	19	29	20
ITCR	0	0	0	7	12	28	12	3	13	14
UNED	0	0	11	9	11	12	24	18	12	16
Subtotal	36	29	68	55	52	119	79	56	77	64
UAM	0	0	0	32	11	25	29	31	8	39
Católica	0	0	0	0	0	0	3	3	5	20
Latina	10	0	0	0	1	32	11	7	1	24
Adventista	0	0	0	0	6	5	0	0	1	1
USJ	0	0	0	0	0	6	4	11	21	28
UC	0	0	0	3	5	6	10	8	2	0
Subtotal	10	0	0	35	23	74	57	60	38	112
Total	46	29	68	90	75	193	136	116	115	176

El total de bachilleres graduados en las universidades estatales entre 1997 y el 2006 fue de 635. Los graduados de la UNA fueron 251, los de la UCR 182, los de la UNED 113, y los del ITCR 89, lo que representa porcentajes en relación con el total de graduados de esas instituciones de 39.52 %, 28.66 %, 17.80 %, 14.02 % respectivamente.

La universidad estatal que más bachilleres graduó en ese periodo fue la UNA, y le siguió la UCR. Quien menos graduó bachilleres fue el ITCR. La UNA graduó un porcentaje adicional de 37.91 % más que la UCR y uno de 182.02 % más que el ITCR.

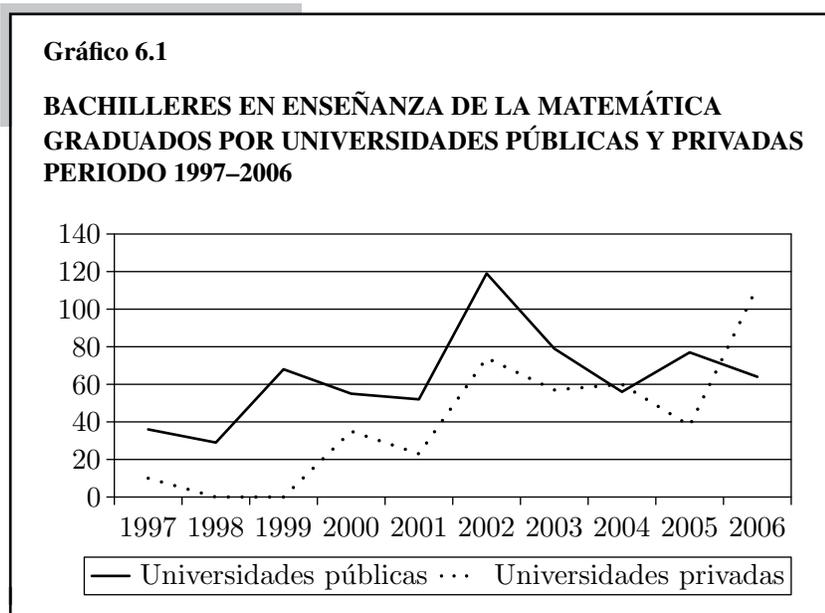
En el mismo periodo, las universidades privadas en su conjunto graduaron 409 bachilleres. Los totales por institución: UAM 175, Católica 31, Latina 86, Adventista 13, USJ 70, y la UC 34. Sus porcentajes en relación al total de los graduados de las universidades privadas son respectivamente 42.79 %, 7.58 %, 21.03 %, 3.18 %, 17.11 %, 8.31 %. La que más graduó fue la UAM seguida por la Latina.

El total de bachilleres entre universidades estatales y privadas fue de 1044.

En relación con este total las universidades privadas representan un porcentaje de 39.18 %, y las estatales de 60.82 %. Las universidades estatales graduaron 226 más bachilleres que las privadas.

La universidad que más graduó bachilleres en ese periodo de todas las instituciones estatales y privadas fue la UNA.

Veamos, por otro lado, la curva de evolución.

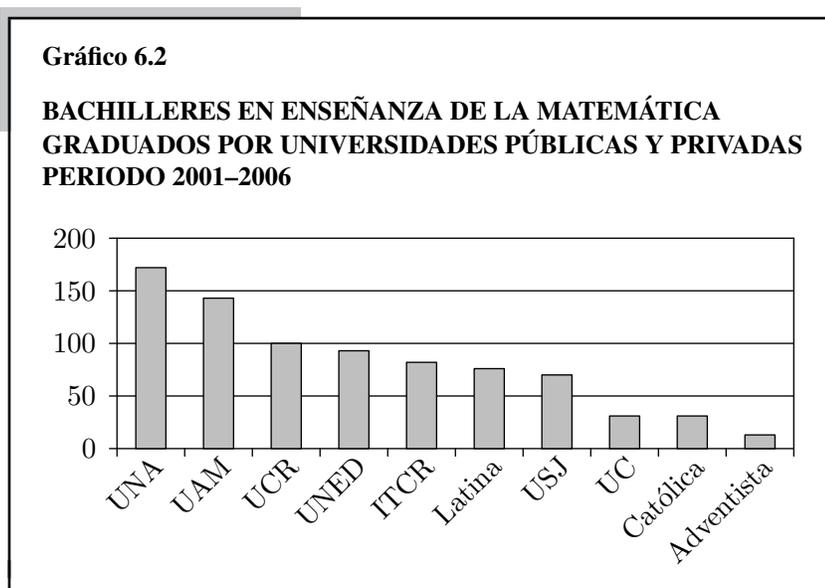


La relación entre universidades estatales y privadas es básicamente la misma en los últimos 10 años: predominio de la estatal; solo que cada año se acorta la distancia entre ambos tipos de institución. En el 2004 la privada pasa a la estatal en el número de bachilleres (es la primera vez que esto ocurre en el país), en el 2005 se devuelve la relación, para hacerse manifiestamente más grande en el 2006.

Veamos ahora, entonces, un periodo más cercano, de 6 años: 2001-2006, en ese período ya hay 4 universidades privadas que gradúan bachilleres. Y hagamos los mismos cálculos.

Bachilleres: los seis últimos años, 2001-2006

Empecemos con una gráfica que nos indica los bachilleres graduados de todas las instituciones.



El total de bachilleres graduados en las universidades estatales entre el 2001 y el 2006 es de 447. Los graduados de la UNA fueron 172 la UCR 100, los de la UNED 93, y los del ITCR 82.

Como se aprecia, la universidad estatal que más graduó en ese periodo fue la UNA, y le siguió la UCR. Quien menos graduó bachilleres fue el ITCR. La UNA graduó un porcentaje adicional de 72 % más que la UCR y uno de 109.76 % más que el ITCR.

En el mismo periodo las universidades privadas en su conjunto graduaron 364 bachilleres. Los totales por institución: UAM 143, Católica 31, Latina 76, Adventista 13, USJ 70, y la UC 31. La que más graduó fue la UAM seguida por la Latina. La primera supera a la segunda en un porcentaje de 88.16 %.

El total entre universidades estatales y privadas fue de 811.

En relación con este total las universidades estatales representan un porcentaje de 55.12 %, y las privadas de 44.88 %.

Las universidades estatales en este periodo graduaron 83 más bachilleres que las privadas, lo que representa un porcentaje adicional de 20.80 %.

La universidad que más graduó bachilleres en ese periodo de todas las instituciones estatales y privadas fue la UNA, seguida esta vez por una universidad privada, la UAM.

En el periodo 2001-2006, el espacio ocupado por las universidades estatales cedió al ocupado por las privadas significativamente.

En el periodo 2001-2006, la UNA graduó un porcentaje de 20.28 % mayor que la UAM.

Ahora, veamos la dinámica en el periodo 2004-2006.

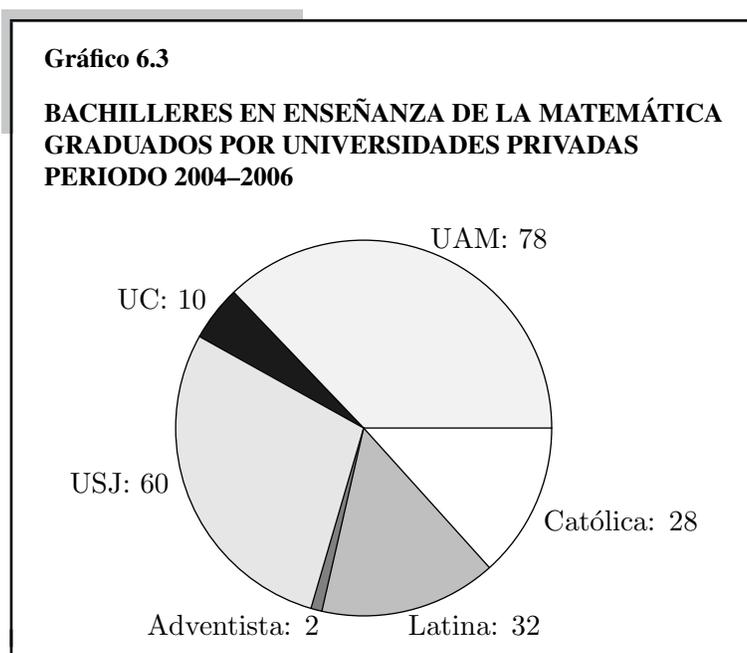
Bachilleres: los tres últimos años: 2004-2006

El total de bachilleres graduados en las universidades estatales entre el 2004 y el 2006 es de 197. Los graduados de la UNA fueron 68, los de la UCR 53, los de la UNED 46, y los del ITCR 30.

De nuevo, la universidad estatal que más bachilleres graduó en ese periodo fue la UNA, y le siguió la UCR. Quien menos graduó bachilleres fue el ITCR. La UNA graduó un porcentaje adicional de 23.30 % más que la UCR y uno de 126.67 % más que el ITCR.

En el mismo periodo las universidades privadas en su conjunto graduaron 210 bachilleres. La que más graduó fue la UAM seguida por la USJ. La primera supera a la segunda en 30 %.

La situación entre las privadas se puede apreciar en una gráfica.



El total de graduados de las universidades estatales y privadas en este periodo fue de 407.

En relación con este total, las universidades estatales representan un porcentaje de 48.41 %, y las privadas de 51.59 %.

Las universidades privadas graduaron 13 más bachilleres que las estatales.

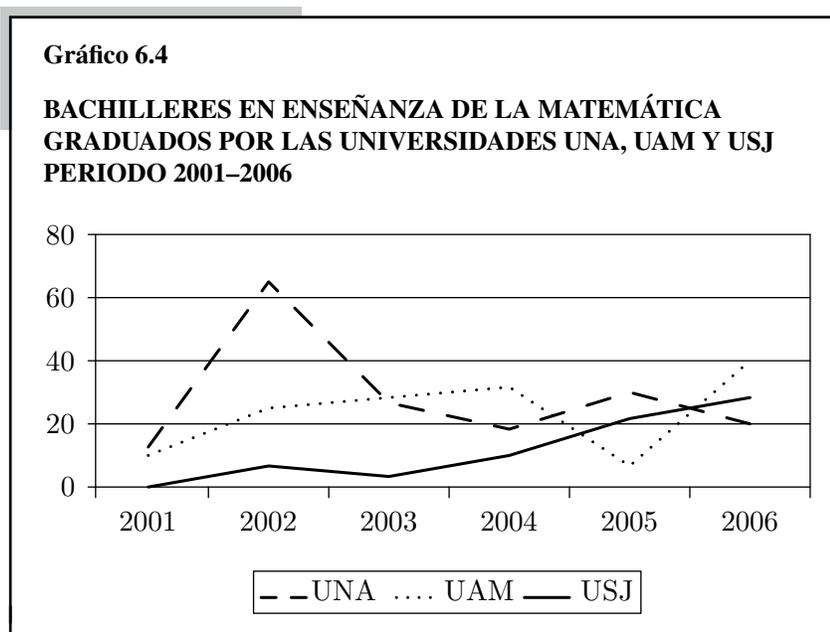
La universidad que más graduó bachilleres en ese periodo de todas las instituciones estatales y privadas fue la UAM, seguida por la UNA.

Esto nos permite emitir un juicio histórico sobre este periodo: la universidad privada otorgó más títulos de bachiller que las estatales, y la UAM y USJ son las instituciones privadas más importantes en este campo. Las universidades

privadas superaron en el 2004 y el 2006 la graduación de bachilleres de las estatales (por primera vez en su historia).

La UAM supera a las universidades estatales así: en 10 (14.70 % más) a la UNA, en 25 (47.17 % más) a la UCR, en 32 (69.50 % de más) a la UNED, en 48 (160 % de más) al ITCR.

Concentremos el análisis en el comportamiento de 3 universidades: la UNA, la UAM y la San José en los últimos 6 años.



Esto nos indica que la USJ posee un crecimiento constante, aunque por debajo de la UAM, salvo en el año 2005.

En el 2006 tanto la UAM como la USJ pasaron a la UNA, la institución estatal que aporta la mayor cantidad de profesionales en enseñanza de las Matemáticas.

Completemos, finalmente, ahora nuestro análisis con las licenciaturas y profesorado. Empecemos por los licenciados.

Licenciados: los últimos 10 años, 1997-2006

Veamos la siguiente tabla.

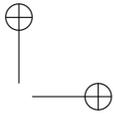
Cuadro 6.2

**LICENCIADOS EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
GRADUADOS POR UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
TOTALES PARA EL PERIODO 1997-2006
Valores absolutos**

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
UCR	6	4	0	0	4	1	7	10	6	4
UNA	2	1	0	2	5	5	10	12	21	7
ITCR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UNED	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Subtotales	8	5	0	2	9	6	17	22	27	11
UAM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11
Católica	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Latina	0	0	0	0	0	1	0	0	5	1
Adventista	0	0	0	2	2	0	0	0	0	1
USJ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UC	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Subtotales	0	0	0	2	2	1	0	0	5	13
Total	8	5	0	4	11	7	17	22	32	24

Solo hay 5 universidades que han otorgado el grado de licenciatura: UNA, UCR, UAM, Latina y la Adventista. El ITCR todavía no ha egresado a nadie en el nivel de licenciatura.

El total de licenciados graduados en las universidades estatales entre el año 1997 y el 2006 es de 107. Los graduados de la UNA fueron 65, la UCR 42,



lo que representa porcentajes en relación con el total de graduados de 60.75 %, y 39.25 %, respectivamente. Como se aprecia, la universidad estatal que más graduó en ese periodo fue la UNA. La UNA graduó un porcentaje adicional de 54.76 % más que la UCR.

Veamos lo que pasó en el periodo 2001-2006: el total de licenciados graduados en las universidades estatales entre el año 2001 y el 2006 fue de 92. Los graduados de la UNA fueron 60, la UCR 32, lo que representa porcentajes en relación con el total de graduados de 65.22 % y 34.78 %, respectivamente. La UNA graduó un porcentaje adicional de 87.50 % más que la UCR.

En el periodo 2004-2006 la situación fue: los graduados de la UNA fueron 40, de la UCR 20, lo que representa porcentajes en relación con el total de graduados (60) de 66.67 % y 33.33 %, respectivamente. La UNA graduó un porcentaje adicional de 100 % más que la UCR.

Cada año la UNA fue incrementando la distancia en relación con la UCR en lo que se refiere a los licenciados.

En el periodo 1997-2006, las universidades privadas en su conjunto graduaron 23 licenciados. Los totales por institución: UAM 11, Latina 7, Adventista 5. Sus porcentajes en relación al total de los graduados de las universidades privadas son respectivamente 47.83 %, 30.43 %, 21.74 %. La que más graduó fue la UAM seguida por la Latina. La primera supera a la última en un porcentaje de 120 %, y a la segunda de 57.14 %.

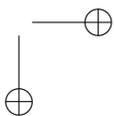
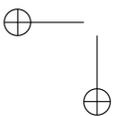
Las universidades estatales ocupan de lejos el lugar fundamental en los títulos de licenciados en la Enseñanza de la Matemática.

No obstante, la UAM en el 2006 graduó 11 más que la UNA y la UCR.

Veamos, finalmente, los profesorados.

Profesores: los últimos 10 años, 1997-2006

La siguiente tabla nos ofrece los datos.



Cuadro 6.3

**PROFESORES EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
GRADUADOS POR UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
PERIODO 1997-2006**

Valores absolutos

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
UCR	16	16	25	0	14	14	15	20	21	26
UNA	36	12	18	20	72	48	37	43	9	69
ITCR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UNED	8	10	11	11	4	6	13	9	14	13
UAM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	60	38	54	31	90	68	65	72	44	108

También la siguiente tabla nos permite una comparación de los graduados de cada institución en los 3 periodos que hemos analizado.

Cuadro 6.4

**PROFESORES EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
GRADUADOS POR UNIVERSIDADES ESTATALES
TOTALES POR PERIODOS: 1997-2006, 2001-2006, 2004-2006**

Valores absolutos y relativos

	1997-2006		2001-2006		2004-2006	
	Absolutos	Relativos	Absolutos	Relativos	Absolutos	Relativos
UNA	364	57.78	278	62.19	121	54.02
UCR	167	26.51	110	24.61	67	29.91
UNED	99	15.71	59	13.20	36	16.07
Totales	630	100	447	100	224	100

Como se puede apreciar, la institución que más ha aportado títulos de profesor al país es la UNA, seguida de la UCR y luego la UNED.

La UCR y la UNED han seguido un patrón bastante constante, mientras que la UNA aunque con más variaciones casi siempre ha estado por encima de las otras instituciones estatales.

OBSERVACIONES FINALES

En los últimos 10 años, las universidades estatales y privadas han aportado profesionales en la enseñanza de las Matemáticas de una forma que queremos consignar en dos tablas:

Cuadro 6.5

**PROFESORES, BACHILLERES, Y LICENCIADOS EN
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
TÍTULOS POR UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
TOTALES POR PERIODOS: 1997-2006, 2001-2006, 2004-2006
Valores absolutos y relativos**

	1997-2006		2001-2006		2004-2006	
	Absolutos	Relativos	Absolutos	Relativos	Absolutos	Relativos
UNA	680	37.24	510	37.14	229	32.30
UCR	413	22.62	242	17.62	140	19.75
ITCR	89	4.87	82	5.98	30	4.23
UNED	212	11.61	152	11.07	82	11.56
UAM	186	10.19	154	11.22	89	12.55
Católica	31	1.70	31	2.26	28	3.95
Latina	93	5.09	83	6.04	38	5.36
Adventista	18	0.98	18	1.31	3	0.42
USJ	70	3.84	70	5.10	60	8.46
UC	34	1.86	31	2.26	10	1.42
Totales	1826	100	1373	100	709	100

De igual manera la relación en solamente bachilleres y licenciados.

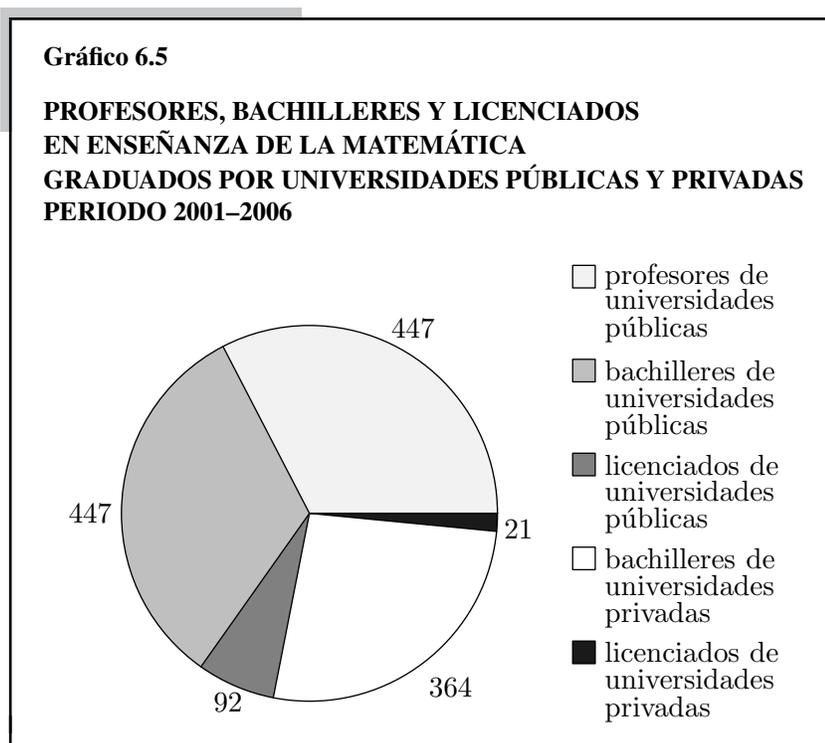
Cuadro 6.6

BACHILLERES Y LICENCIADOS EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
TÍTULOS POR UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
TOTALES POR PERIODOS: 1997-2006, 2001-2006, 2004-2006
Valores absolutos y relativos

	1997-2006		2001-2006		2004-2006	
	Absolutos	Relativos	Absolutos	Relativos	Absolutos	Relativos
UNA	316	31.63	232	25.11	108	22.27
UCR	224	22.42	132	14.28	73	15.05
ITCR	89	8.92	82	8.88	30	6.19
UNED	113	11.31	93	10.06	46	9.48
UAM	11	1.11	154	16.67	89	18.35
Católica	31	3.10	31	3.36	28	5.77
Latina	93	9.31	83	8.98	38	7.84
Adventista	18	1.80	16	1.73	3	0.62
USJ	70	7.00	70	7.58	60	12.37
UC	34	3.40	31	3.35	10	2.06
Totales	999	100	924	100	485	100

Las universidades estatales aportaron en los periodos 2001-2006 y 2004-2006 volúmenes absolutos de 986 y 481 títulos profesionales (profesores, bachilleres y licenciados) y las privadas 387 y 228 títulos profesionales. Esta relación es importante de consignar porque mide la inversión y esfuerzos de las universidades en dotar al país de profesionales en los diferentes grados, especialmente valora el lugar de las estatales que con profesores y licenciados han contribuido con una legión de educadores matemáticos.

La relación entre títulos y universidades se puede apreciar en una gráfica con 5 categorías.

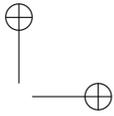


Si bien existe una intersección no vacía entre profesores, bachilleres y licenciados de las estatales, e igual sucede con las privadas, los números revelan un importante esfuerzo en cuanto a la generación de profesionales en la Enseñanza de la Matemática por parte de las estatales.

ALGUNAS CONCLUSIONES

El aporte de las universidades estatales y privadas al contingente de profesionales en Enseñanza de la Matemática ha sido sustancial en los últimos años.

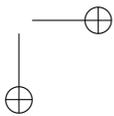
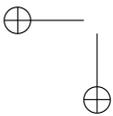
Las universidades estatales son las que han brindado a esta legión un porcentaje mucho mayor de títulos durante todo este periodo. Si consideramos solo el bachillerato, el grado en el cual se han concentrado hasta ahora todas las

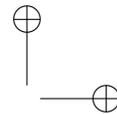
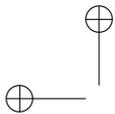


universidades, estatales y privadas, es necesario notar una vigorosa tendencia a que las universidades privadas superen a las estatales (ya lo hicieron en el 2004 y drásticamente en el 2006).

Las razones por las que las universidades privadas cada vez ocupan un lugar mayor en la generación de títulos en esta disciplina están asociadas a la situación global de la universidad en el país. No es nuestro propósito analizar esa situación ni repetir análisis que hemos hecho sobre la misma (Ruiz 2001b, Ruiz 2001c).

Tal vez se deba subrayar que la universidad privada ocupará cada vez más espacios en las titulaciones en esta disciplina. Esto impone la necesidad de una estrategia que permita integrar de la mejor manera los diferentes aportes que ofrecen tanto universidades estatales y privadas. En las páginas que siguen haremos un análisis preciso de dos de las principales universidades privadas que ofrecen la carrera de enseñanza de las Matemáticas, considerando dos componentes centrales: en primer lugar, los principios generales y los perfiles profesionales dentro de su fundamentación académica, y, luego, la estructura curricular y los cursos que incluyen. Es el mismo orden que seguimos en el análisis de las universidades estatales.





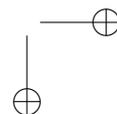
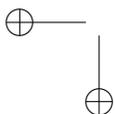
Capítulo 7

FORMACIÓN DOCENTE EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD AMERICANA Y LA UNIVERSIDAD DE SAN JOSÉ

En este trabajo hemos dedicado bastante espacio al estudio de las universidades estatales en la oferta que hacen en la formación docente para la enseñanza de las Matemáticas. Ahora nos parece muy relevante analizar la oferta que hacen las universidades privadas en esta profesión.

OFERTA DE CARRERAS EN UNIVERSIDADES PRIVADAS

A los programas de formación de docentes de las universidades estatales se les une en 1989, la Universidad Adventista de Centroamérica, constituyéndose en la primera universidad privada que establece un programa de formación docente en la enseñanza de las Matemáticas en el país. La década de los noventa (hasta el año 2000) vio un gran dinamismo en la incorporación de nuevos centros de educación superior en la formación de docentes en matemáticas. Son 7 las instituciones privadas que establecen programas en este ámbito, aunque solo 6

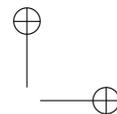
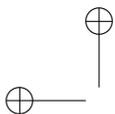


lo han hecho efectivamente. A partir de los noventa solo se ha incorporado una nueva universidad, en el 2005.

Cuadro 7.1

**GRADOS OFRECIDOS POR LAS UNIVERSIDADES PRIVADAS
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON ÉNFASIS EN
LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

	Bachillerato	Licenciatura
Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente (UC)	Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática	
Universidad Americana (UAM)	Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática	Licenciatura en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática
Universidad Latina de Costa Rica (Latina)	Bachillerato en Enseñanza Media en Matemática	Ofreció este título antes del 2007
Universidad de San José (USJ)	Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática	
Universidad Adventista de Centro América	Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática	Licenciatura en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática
Universidad Central Costarricense	Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática	
Universidad Metropolitana Castro Carazo	Bachillerato en Enseñanza de la Matemática.	



La Castro Carazo tiene el programa de estudios en su página web, pero no lo ha abierto en la práctica. La Central lo ofreció en el pasado, pero en el 2007 ya no se consignó en su página.

Hemos decidido concentrarnos en los currículos de las carreras de formación docente en enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de San José (USJ) y la Universidad Americana (UAM). Estas dos instituciones son las que han tenido más bachilleres graduados de todas las universidades privadas, y su ritmo de crecimiento es muy fuerte. La USJ y la UAM están dentro de las 3 primeras universidades, estatales y privadas, en el otorgamiento del título de Bachiller en Enseñanza de la Matemática. Otra institución relevante ha sido la Universidad Latina, sin embargo, su ritmo ha decaído mucho e, incluso, recientemente, ha congelado su programa de licenciatura en esta área. Incidentalmente, en ciertos aspectos, introduciremos análisis sobre otras universidades privadas.

Para comprender bien el lugar y significado de la universidad privada en esta profesión, vamos a desarrollar nuestros hallazgos de investigación en varias secciones, similares a las que usamos en nuestro análisis de las estatales:

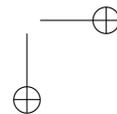
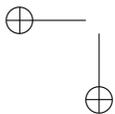
- Fundamentaciones y perfiles profesionales en los currículos.
- Créditos y horas lectivas.
- Contenidos en los currículos.
- Presencia de las políticas educativas oficiales en los currículos.

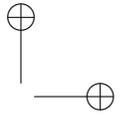
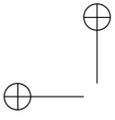
PRINCIPIOS GENERALES Y PERFILES

Empezamos con algunos de los principios generales y perfiles profesionales más importantes que proponen los currículos de las dos universidades privadas mencionadas.

Universidad de San José

El currículo para la formación de profesores (con el grado de bachiller) propone, en cuanto al perfil del graduado, que éste estará en capacidad de abrirse campo frente a los retos y los cambios del futuro, que dicho profesional



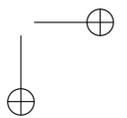
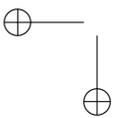


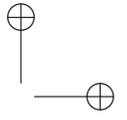
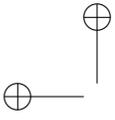
deberá conocer sobre historia de la Matemática y sobre su papel en el desarrollo científico y tecnológico. Para ello propone el cumplimiento de algunas cualidades, que citamos casi textualmente (USJ, 1999, pp. 11-13):

Aspectos intelectuales y profesionales. El futuro docente comprende y aplica el pensamiento científico de las ciencias exactas y de las Matemáticas y desarrolla amplias capacidades para utilizarla eficazmente en su desempeño como docente; reconoce a las Matemáticas como un área importante del conocimiento y del desarrollo humano, interesa eficazmente a los educandos por el estudio de las Matemáticas y las aplica a la solución de problemas de la vida diaria; se mantiene al día con los últimos avances en el campo de su especialidad profesional; hace más atractivo el estudio de las Matemáticas mediante la creación y evaluación de situaciones de aprendizaje y el diseño y desarrolla experiencias de aprendizaje como un insumo valioso para el conocimiento y el crecimiento intelectual de los educandos; reconoce y aplica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la educación histórica y la importancia de la Matemática en el desarrollo humano.

Aspectos personales. El futuro docente posee alto grado de solidez moral y profesional para lograr una transferencia exitosa de los conocimientos, actitudes y comportamientos ejemplares a sus alumnos; capacidad docente con respeto y sensibilidad por la naturaleza humana de los aprendices; dinámico, responsable y con inquietudes positivas para buscar la innovación y enriquecer permanentemente sus conocimientos; sabe comunicar con inteligencia sus conocimientos y expone los conceptos de su materia con seguridad; posee sólidos principios morales que le permiten desempeñarse con solvencia en el ejercicio de su profesión; capacidad para analizar, sintetizar y evaluar las diversas situaciones que se le presentan durante su desempeño docente; buena presentación e higiene personal; metódico en la planificación y en el desarrollo de su trabajo docente; tiene una actitud objetiva y crítica frente a los problemas que se le presentan en su desempeño docente.

Aspectos afectivos. El graduado manifiesta una personalidad equilibrada en su comportamiento como docente, en su carácter y en sus emociones; tiene gran respeto y sentido humano en la interacción con los educandos y sus compañeros de trabajo; posee cualidades para el trabajo en equipo y sabe reconocer las limitaciones propias y respetar las de los demás; posee una



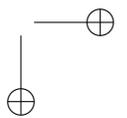
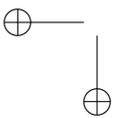


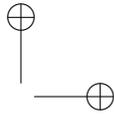
vocación natural hacia la docencia de las Matemáticas; manifiesta siempre interés por la investigación y la acción social como actividades fundamentales de la docencia; se manifiesta satisfecho con la disciplina y la carrera escogida, con la alta convicción de la importancia y los alcances sociales de su profesión.

Además, propone una serie de objetivos a cumplir durante el desarrollo del plan de estudios. Tales objetivos se refieren a una formación sólida en matemáticas, la habilidad para crear modelos matemáticos, la comprensión de los aportes mutuos en el desarrollo de las Matemáticas y otras ciencias, la reflexión de cómo los avances científicos y tecnológicos pueden orientar el quehacer educativo en matemáticas, aplicar técnicas de investigación en el aula y participar creativamente en el fortalecimiento de la Educación General Básica y Educación Diversificada (USJ, 1999, pp. 13-14).

Universidad Americana

El perfil del graduado propone que el futuro profesional posee conocimientos técnicos, habilidades y destrezas en el campo específico de su especialidad y campos afines y conocimientos pedagógicos que lo capacitan para una adecuada planificación curricular y adaptar los programas a las condiciones del medio donde labora; emplea métodos y técnicas didácticas adecuadas a los objetivos y situaciones de aprendizaje; fomenta el trabajo en equipo y la socialización; adapta las técnicas didácticas más adecuadas a situaciones de enseñanza aprendizaje; diseña, adecúa y utiliza las metodologías y materiales más apropiados a las características del grupo y al contenido de los cursos que esté a su cargo; aplica principios de psicología que le permiten planear, ejecutar y evaluar la instrucción de acuerdo a la problemática que caracteriza al niño y al adolescente; utiliza mecanismos de planeamiento y evaluación educativa, acordes a su disciplina y los niños y adolescentes; conoce y aplica tecnologías desarrolladas para facilitar la enseñanza aprendizaje en la Matemática; comprende la problemática costarricense desde el punto de vista social, económico, político, y su efecto en la educación; es sensible social y humanísticamente con los niños, adolescentes compañeros; es responsable; toma una actitud ética en el desarrollo profesional; demuestra estabilidad emocional por medio de las buenas relaciones humanas y la autodisciplina; posee actitudes y valores acordes con la profesión docente; estudia las necesidades y conducta del





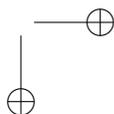
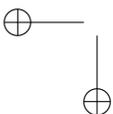
niño y adolescente en su medio y ayuda a resolver sus problemas educacionales y personales; detecta los problemas de los alumnos y el conocimiento de sí mismo, los orienta en la toma de decisiones que contribuyen al fortalecimiento de su personalidad (UAM, 1997, pp. 9-10).

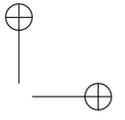
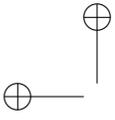
Se propone como objetivos de la carrera: mejorar cuantitativamente la Educación en la especialidad de Matemática y sus afines por medio del mejoramiento de los docentes; formar y capacitar al docente en los ámbitos pedagógico, específico, humanístico y profesional; fortalecer al docente en su capacidad de adaptación a los cambios tecnológicos que se producen constantemente; preparar al docente para que ejerza su profesión con mayor sensibilidad social; formar al docente para que labore con gran sentido de ética profesional en el ejercicio de su profesión; proporcionar al docente los conocimientos necesarios para que sea capaz de: analizar y evaluar la problemática educativa nacional en general y la Enseñanza de la Matemática en particular; integrar en su quehacer educativo los conocimientos específicos de su carrera con los pedagógicos, bajo un modelo de aprendizaje - enseñanza propio para esta área; establecer mecanismos de autoperfeccionamiento por medio del desarrollo de investigaciones evaluativas de su quehacer docente; comprender la realidad nacional dentro del contexto mundial y su efecto en el proceso educativo (UAM, 1997, pp. 7-8).

Balance

En las fundamentaciones de estos currículos se da un énfasis en valores, actitudes y aptitudes pedagógicas, y la declaración de buenos propósitos. Sin embargo, las declaraciones son demasiado generales. En el caso de la USJ se estructuran mejor los fundamentos que en la UAM, pues se hace mayor referencia a condiciones intelectuales y profesionales (aplicar pensamiento, motivación, resolución de problemas, investigación). En el caso de la UAM sus declaraciones pueden usarse en casi cualquier contexto disciplinar.

Existe en ambos currículos una ausencia absoluta de la Educación Matemática como disciplina científica independiente y de la profesión como algo distinto a la enseñanza y la Matemática. La ausencia de la especificidad de la Educación Matemática es mucho más amplia que en las universidades estatales.





De la misma manera, la referencia explícita a las Matemáticas es muy escasa. Las declaraciones abstractas recaen sobre todo sobre la educación.

Ambas fundamentaciones no acuden explícitamente a ejes curriculares o transversales que busquen integrar el currículo. La USJ, sin embargo, subraya el papel de la historia.

No hay referencias a aspectos filosóficos o históricos generales que sustenten una aproximación académica sobre la carrera.

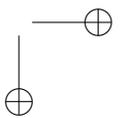
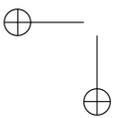
La fundamentación de la USJ ofrece una fisonomía específica de su currículo, lo que no se encuentra en la que ofrece la UAM.

Globalmente, sin embargo, ambas fundamentaciones son abstractas, escuetas y poseen poco desarrollo teórico.

ESTRUCTURA CURRICULAR Y CURSOS

Vamos ahora a comparar los planes de estudio con base en los cursos, créditos y las horas presenciales contenidos en sus planes. Se agregan tres universidades privadas más que ofrecen el bachillerato en enseñanza de las Matemáticas, para dar una visión más amplia.

La tabla siguiente presenta el número de cursos que imparten estas universidades a nivel de bachillerato. Se distribuyen por áreas: *educación*, que incluye los cursos referidos a temas de pedagogía, psicología, didácticas generales y específicas de matemática y otros relacionados; *matemáticas*, incluye todos los cursos específicos de matemáticas y, también, estadística; *computación*, incluye los cursos específicamente de computación y aquellos que se refieren a la computación aplicada a la enseñanza de las Matemáticas; *idioma extranjero*; *historia*, incluye cursos de historia de las Matemáticas; *otros*, incluye cursos como física, repertorios y humanidades.



Cuadro 7.2

**UNIVERSIDADES PRIVADAS EN COSTA RICA
BACHILLERATO EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
DISTRIBUIDOS POR ÁREAS
Número de cursos**

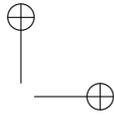
Área	UAM	Católica	Latina	Adventista	USJ
Matemáticas	15	14	13	16	14
Educación	9	11	11	14	13
Computación	2	1	3	2	2
Inglés	2	0	2	2	1
Historia	1	1	1	0	0
Otros	6	9	2	14	2
Total	35	36	32	48	32

Fuente: Programa de estudio de la Universidad de San José (1999), Programa de estudios de la Universidad Americana (1997), Plan de estudios de la Universidad Adventista de Centro América (1998), Plan de estudios de la Universidad Latina (1996), Plan de estudios de la Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente (2000).

En primer lugar, la formación hasta el nivel de bachillerato en estas universidades consiste de ocho períodos académicos cuatrimestrales, exceptuando la Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente que consta de nueve cuatrimestres.

Algunas observaciones:

- Según el número de cursos, todas estas universidades están bastante equiparadas en el área de matemáticas; la que más ofrece es la Universidad Adventista con 16 y la que menos ofrece es la Latina con 13.
- En cuanto al número de cursos de educación, hay una buena diferencia entre la que más ofrece (U Adventista con 14) y la que menos ofrece (UAM con 9).

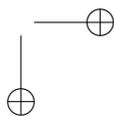
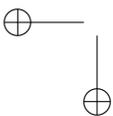


- Todas estas instituciones ofrecen dos cursos de computación en su programa de estudios, salvo la Católica (solo 1), y la Latina que ofrece 3.
- Salvo la Católica que no ofrece cursos de inglés, las demás ofrecen al menos un curso de este idioma.
- En cuanto a otros cursos, las que tienen más de éstos son la Anselmo Llorente (9), y la Adventista (14); estas dos universidad son católicas y varios de esos cursos adicionales son de corte religioso.
- Podemos establecer algunas consideraciones, ateniéndonos únicamente al listado de cursos. En primer lugar pareciera que la formación en el campo de la disciplina (matemáticas) es bastante amplia en todas las universidades; sin embargo debemos acotar que la Latina y la UAM tienen cuatro cursos denominados Principios Cuantitativos (I, II, III, IV); el nombre es poco descriptivo sobre el contenido de los mismos. Sin conocer el contenido de los cursos no podríamos deducir de qué se tratan. Esto lo haremos más adelante.
- Se percibe en general, a partir de los nombres de los cursos en los programas una separación bastante marcada entre las diferentes áreas, en particular entre el área de educación y la de matemáticas.

La UAM ofrece, además, la Licenciatura en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática. Tiene como requisito de ingreso el bachillerato y consta de 10 cursos que se imparten en tres cuatrimestres. De ellos, 4 corresponden al área de matemáticas (*Lógica y probabilidades, Introducción a la Teoría de Números, Topología Elemental y Métodos Numéricos*); 3 del área de educación (*Planificación Estratégica de la Política Educativa, Diseño Operacional y Control del Proceso Educativo y Evaluación Matemática*) y 3 de investigación (*Instrumentos de Investigación y Evaluación, Seminario de Investigación I y Seminario de Investigación II*) (UAM, 2003).

CRÉDITOS Y HORAS LECTIVAS

Ahora bien si analizamos la estructura de los planes con base en los créditos y horas lectivas que tienen los cursos obtenemos mayor información.



Créditos

Veamos el bachillerato en estas instituciones.

Cuadro 7.3

**UNIVERSIDADES PRIVADAS EN COSTA RICA
BACHILLERATO EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
DISTRIBUIDOS POR ÁREAS
Número de créditos**

Área	UAM	Católica	Latina	Adventista	USJ
Matemáticas	60	56	52	48	55
Educación	36	40	44	43	47
Computación	8	3	12	6	8
Inglés	8	0	8	6	4
Historia	4	4	4	0	0
Otros	12	25	8	37	8
Total	128	128	128	140	122

Fuente: Programa de estudio de la Universidad de San José (1999), Programa de estudios de la Universidad Americana (1997), Plan de estudios de la Universidad Adventista de Centro América (1998), Plan de estudios de la Universidad Latina (1996), Plan de estudios de la Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente (2000).

Algunas observaciones:

- Salvo tres cursos de otras asignaturas, todos los demás cursos del plan de estudios de la UAM valen 4 créditos.
- Todos los cursos del plan de estudios de la Latina valen 4 créditos.
- Salvo cuatro cursos, todos los demás de la Adventista valen 3 créditos. Esto explica por qué en esta universidad, aunque hay más cursos de matemáticas que en las otras, el número total de créditos en esta área es menor.

El mayor número de créditos lo tiene el plan de estudios de la Adventista (18 más que USJ), aunque los créditos adicionales no son en el área de matemática ni pedagogía. La UAM tiene más créditos en matemática que el resto.

Puesto en porcentajes: el plan de Bachillerato de la Adventista posee 12.86 % más de créditos que la USJ, y un 8.57 % más que la UAM, Católica y Latina.

Si se comparan los créditos de los componentes curriculares: en matemáticas, el plan de la UAM tiene 12 créditos más que el plan de la Adventista, que es el que menos tiene; es decir un porcentaje adicional de 20 %; y 4 más que la Católica, un porcentaje adicional de 6.67 %. En pedagogía, la USJ incorpora 11 créditos más que la UAM (un 23.40 % adicional), y 3 créditos más que la Latina (6.38 % adicional).

Completemos nuestro análisis de créditos con algunas tablas, para observar la relación porcentual entre componentes matemático y pedagógico en cada institución universitaria:

Cuadro 7.4

**UNIVERSIDADES PRIVADAS
BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON
ÉNFASIS EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
Porcentaje de créditos por componentes curriculares**

Área	UAM	Católica	Latina	Adventista	USJ
Matemáticas	46,87	43,75	40,63	34,28	45,08
Educación	28,13	31,25	34,37	30,71	38,52
Computación	6,25	2,34	9,37	4,29	6,56
Inglés	6,25	0	6,25	4,29	3,28
Historia	3,13	3,13	3,13	0	0
Otros	9,37	19,53	6,25	26,43	6,56
Total	100	100	100	100	100

Fuente: Planes de estudio: Universidad de San José (1999), Universidad Americana (1997), Universidad Adventista de Centro América (1998), Universidad Latina (1996), Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente (2000).

Las tres universidades presentan diferencias en matemática, principalmente entre la UAM y la Adventista de hasta casi 13 puntos. En cuanto al área pedagógica se presenta poca diferencia entre la Adventista y la Católica (menos de 1 punto porcentual), pero aumenta un poco entre la USJ y la Latina hasta casi 5 puntos. En cuanto a otros cursos se presentan grandes diferencias entre la Adventista y la Latina de hasta casi 21 puntos porcentuales, pero esta diferencia disminuye notablemente entre la USJ y la Latina (poco menos de 1 punto).

Los créditos a nivel de licenciatura en la Universidad Americana se proporcionan en la siguiente tabla.

Cuadro 7.5**UNIVERSIDAD AMERICANA
LICENCIATURA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
DISTRIBUIDOS POR ÁREAS
Número de créditos**

Área	Créditos
Matemática	16
Educación	12
Investigación	4
Total	32

Fuente: Plan de estudios de la carrera de licenciatura en ciencias de la educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática (2003)

Hay que hacer notar que incluyen dos seminarios de investigación que, aunque tienen 6 horas lectivas semanales cada uno, no tienen créditos asignados.

Estructura de las horas lectivas

Empecemos con un cuadro muy importante.

Cuadro 7.6

**UNIVERSIDADES PRIVADAS EN COSTA RICA
BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON
ÉNFASIS EN MATEMÁTICA
DISTRIBUIDOS POR ÁREAS
Número de horas lectivas semanales**

Área	UAM	Católica	Latina	Adventista	USJ
Matemáticas	45	42	39	48	42
Educación	27	33	33	42	39
Computación	6	3	9	6	6
Inglés	6	0	6	6	3
Historia	3	3	3	0	0
Otros	9	27	6	42	6
Total	96	108	96	144	96

Fuente: Planes de estudio de: Universidad de San José (1999), Universidad Americana (1997), Universidad Adventista de Centro América (1998), Universidad Latina (1996), Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente (2000).

En cuanto a las horas lectivas la Adventista supera a todas las otras instituciones pues lo hace incluso con la UAM, Latina, USJ en 48 horas.

La Adventista exhibe unas 36 horas lectivas adicionales al número de la Católica; esto se debe a créditos en el área de otros cursos e inglés.

Si se comparan las horas lectivas de los componentes curriculares:

- El plan de la Adventista supera al de la Católica en 36 si se refiere al total (un 25 % adicional), y en 6 horas si se compara solo en matemáticas (un 12.5 % adicional).

- El plan de la Adventista supera en horas lectivas al de la UAM en 48 horas (un 33.33 % adicional) y en el área de matemática en 3 horas (un 6.25 % adicional).

Las horas lectivas a nivel de licenciatura en la Universidad Americana se proporcionan en la siguiente tabla.

Cuadro 7.7

**UNIVERSIDAD AMERICANA
LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON ÉNFASIS
EN MATEMÁTICA
DISTRIBUIDOS POR ÁREAS
Número de horas lectivas semanales**

Área	Créditos
Matemática	12
Educación	9
Investigación	15
Total	36

Fuente: Plan de estudios de la carrera de licenciatura en ciencias de la educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática (2003)

CONTENIDOS EN LOS CURRÍCULOS

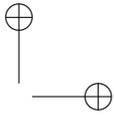
Esta sección resume los resultados obtenidos al realizar un análisis de los contenidos de los cursos que componen los planes de estudios de formación de docentes para la Enseñanza de la Matemática de la Universidad Americana (UAM) y la Universidad de San José (USJ). Con el propósito de facilitar el análisis comparativo, los contenidos se clasificaron en varias áreas:

Cuadro 7.8**AREAS DE LOS CONTENIDOS DE LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN DOCENTE EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

Área	Algunos componentes
Psicología	
Pedagogía	Introducción a los procesos educativos
	Didáctica
	Currículum y planeamiento didáctico
	Recursos didácticos
	Evaluación de los aprendizajes
	Contextualización de la labor docente
	Desarrollo educativo costarricense
Investigación	
Matemática aplicada	
Geometría	
Cálculo y análisis	Matemática fundamental
	Cálculo diferencial e integral
	Ecuaciones diferenciales
	Teoría de números
Álgebra	
Tecnología	
Historia de la Matemática	

El análisis se basa en determinar el perfil de salida de los estudiantes cuando concluyen el bachillerato universitario.

Los datos que se muestran aquí se basan en lo que los planes de estudio indican y tienen escrito. Para ello se analizaron los contenidos de los cursos de la carrera de las universidades citadas. Es importante repetir que los datos pueden diferir al analizar lo que sucede en el aula durante el desarrollo de los cursos.



Psicología

En los contenidos desarrollados en esta área existen diferencias en ambas universidades. Los temas contemplados en la UAM se enfocan, básicamente, al desarrollo del individuo durante la adolescencia, abarcando aspectos como desarrollo físico, desarrollo sexual, problemas del adolescente, relación del adolescente con la familia y la sociedad, entre otros.

En la USJ los contenidos que se desarrollan están relacionados más con la parte psicopedagogía (alternativas educativas, concepciones pedagógicas, el aprendizaje, fracaso escolar, teorías del aprendizaje) que con la psicología del adolescente. En esta área los contenidos comunes en ambas universidades son muy pocos.

Pedagogía

En el área pedagógica los contenidos se dividieron en

Introducción a los procesos educativos

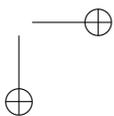
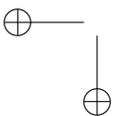
En la UAM los contenidos están orientados para que el estudiante conozca las Políticas Educativas, fines y objetivos de la educación, la función del docente, entre otros, pero todos ellos inscritos en la educación secundaria. Sin embargo, en la USJ los temas se enfocan hacia la educación y su relación con las distintas ideologías, filosofía y sociología de la educación, el aprendizaje y teorías de la educación.

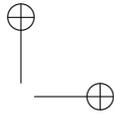
Es decir, mientras que en la UAM se hace un estudio dirigido a la educación secundaria, en la USJ se hace de una forma más general y toman en cuenta más contenidos que en la UAM.

Didáctica

Aunque hay pequeñas diferencias en cuanto al desarrollo de algunos contenidos, pues la USJ posee más en la parte de didáctica, se puede decir que existe un mínimo de temas comunes en ambas universidades.

Los contenidos se dirigen a Enseñanza de la Matemática, aspectos epistemológicos, el papel del profesor, técnicas didácticas y planeamiento didáctico.





Currículum y planeamiento didáctico

Respecto a currículum y planeamiento didáctico no se encuentran diferencias entre ambas universidades. Los contenidos desarrollados son similares y versan sobre el conocimiento de los programas de estudio, planeamiento y diseño curricular.

Recursos didácticos

En el área de recursos didácticos la UAM no presenta contenidos relacionados con ésta. La USJ presenta un curso cuyos contenidos se orientan hacia la parte de la comunicación tanto verbal como averbal. Sin embargo, en el caso de la USJ, éstos no se plantean específicamente como recursos didácticos.

Evaluación de los aprendizajes

Tanto la UAM como la USJ desarrollan contenidos similares respecto a la evaluación de los aprendizajes. Los principales aspectos que se tratan en dichas universidades son tipo de prueba, tipos de ítems, análisis de resultados de las pruebas y métodos y técnicas de evaluación.

Contextualización de la labor docente

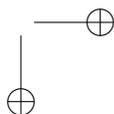
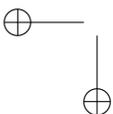
Es esta área ambas universidades desarrollan contenidos similares que les permiten al futuro docente conocimiento respecto a reglamentos, normas, derechos, deberes, el MEP y demás aspectos importantes para el desenvolvimiento profesional.

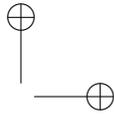
De acuerdo a su plan de estudios, tanto a la UAM como la USJ, desarrollan temas dirigidos al conocimiento de la realidad docente y que facilitan, en cierta forma, la inserción en los diferentes ambientes laborales.

Es importante destacar que la UAM tiene en su currículum un curso denominado “Impostación de la voz”, donde los temas que se desarrollan son de gran importancia para el ejercicio laboral y la salud del docente.

Desarrollo educativo costarricense

En los planes de estudio de la UAM y USJ no existe ningún curso donde se trate específicamente el desarrollo educativo costarricense. En el caso de la UAM temas relacionados no se contemplan en ningún curso y la USJ solamente hace mención a las reformas en la educación de 1949 a 1980.





Investigación

No existen diferencias en los contenidos del área de investigación entre la UAM y la USJ. En ambas universidades se desarrollan los temas relacionados con técnicas de investigación, formulación de un proyecto de investigación, recolección, análisis e interpretación de datos.

Los contenidos se dirigen a dotar de estrategias para que los estudiantes elaboren una tesis para la obtención de alguna licenciatura.

Matemática aplicada

En el área de matemática aplicada el plan de estudios de la UAM y de la USJ presentan temas relacionados con física y estadística y probabilidades. La UAM, además, presenta un curso llamado fundamentos de biomatemáticas.

Aunque ambas universidades presentan cursos de física, los contenidos que se desarrollan son diferentes entre sí. En el caso de estadística y probabilidades el plan de estudios de la UAM presenta una mayor densidad de contenidos en el área de inferencia estadística.

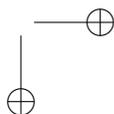
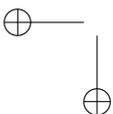
Geometría

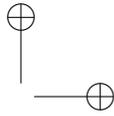
En el área de geometría hay diferencias importantes en ambas universidades.

La UAM tiene cuatro cursos cuyos contenidos están relacionados con geometría. La mayoría de los temas tratados son de geometría euclídea, aunque también se desarrollan tópicos de geometría analítica.

Solamente en dos cursos se hace mención al estudio de la geometría desde el punto de vista axiomático y se indica la demostración de algunos teoremas. Sin embargo, los contenidos están más dirigidos a la enseñanza de la geometría en secundaria y por ende, al parecer, no se profundiza en la parte demostrativa.

En el caso de la USJ hay un curso de geometría analítica y un curso de geometría euclídea. En el caso de ésta última los contenidos desarrollados son menos que en la UAM, pero en caso de geometría analítica es en la USJ donde se hace un estudio más detallado de los temas referentes a ésta.





Cálculo y análisis

Matemática fundamental

En esta área se agruparon los contenidos que constituyen la base del programa de estudios de la Educación Matemática en secundaria.

Los contenidos desarrollados por ambas universidades son similares. Incluyen trigonometría, el conjunto de los números reales y propiedades de éste, factorización, ecuaciones, álgebra, funciones, inecuaciones, entre otros.

Todos los contenidos que se desarrollan están orientados hacia la enseñanza en secundaria, por lo que el aspecto axiomático no adquiere una especial importancia en el desarrollo de los cursos.

Cálculo diferencial e integral

Los contenidos desarrollados por ambas universidades en cálculo diferencial e integral son similares. Incluyen: antiderivadas, integración numérica, derivación, límites, integrales, aplicaciones de la derivación y la integración, continuidad, gráfico de curvas, optimización, series, sucesiones, entre otros.

Ecuaciones diferenciales

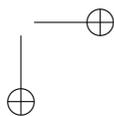
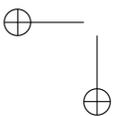
Ambas universidades tienen un curso de ecuaciones diferenciales. Los contenidos desarrollados en éstos son los básicos de cualquier curso de ecuaciones diferenciales. En el caso de la UAM, el programa del curso es más denso, pues incluye tópicos de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales.

Teoría de números

Sólo la USJ tiene un curso de teoría de números donde los contenidos a desarrollar son congruencias, funciones básicas de la teoría de números, raíces primitivas e índices y teoría de la divisibilidad.

Álgebra

Aunque la UAM tiene en el plan de estudios sólo un curso de álgebra lineal y la USJ posee dos en esta área, los contenidos desarrollados son similares. Esta situación refleja una diferencia en el abordaje de los contenidos en cuanto a la “profundidad” con que se estudian.



Ambas universidades poseen un curso cuyos contenidos están relacionados con estructuras algebraicas. En el caso del programa de la UAM, el programa de estudios es muy denso respecto al de la USJ.

Tecnología

En el área de la tecnología los contenidos en ambas universidades difieren entre sí. Sin embargo, en ambos casos, los temas versan respecto al manejo de paquetes y no en el uso de la tecnología como una herramienta didáctica para la Enseñanza de la Matemática.

Historia de la Matemática

Solamente la UAM contempla un curso de historia de la Matemática, cuyos contenidos son análisis de temas matemáticos específicos, desarrollo de la aritmética y álgebra, bases históricas del cálculo, geometría analítica, de Euclides a Descartes, matemáticas modernas, entre otros.

Síntesis sobre contenidos

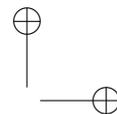
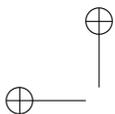
Un resumen de las características de la UAM y la USJ se puede apreciar en el siguiente cuadro.

Cuadro 7.9

**UNIVERSIDAD DE SAN JOSÉ Y UNIVERSIDAD AMERICANA
SÍNTESIS DE COMPARACIONES**

Área	Conclusiones
Psicología	La UAM se orienta hacia el desarrollo del adolescente y el estudio de todo este proceso. La USJ enfoca el aspecto de psicopedagogía.

Pedagogía	En ambas universidades los contenidos se orientan a preparar al docente para el ejercicio laboral en la educación secundaria en el área de matemática. El plan de estudios de la UAM está más cargado de contenidos respecto al de la USJ.
Investigación	En ambas universidades se prepara a los estudiantes para la elaboración de una tesis, pero solamente se hace en un curso y no constituye un eje transversal.
Matemática aplicada	Estadística, probabilidad y física son el común denominador en ambas universidades. La UAM contempla un curso adicional de fundamentos de biomatemáticas. En el área de estadística y probabilidad, la UAM desarrolla más contenidos que la USJ.
Geometría	En la UAM hay un especial énfasis en el área de geometría, pues se desarrollan gran cantidad de contenidos en esta línea. Solamente en geometría analítica no se profundiza. En la USJ los contenidos que se desarrollan se inscriben en la geometría euclídea; además, poseen un curso de geometría analítica. En ambas universidades los contenidos desarrollados se orientan hacia la enseñanza secundaria.
Cálculo y análisis	En esta área la UAM desarrolla algunos contenidos más que la USJ. Sin embargo, el enfoque que se le da a los temas desarrollados se dirigen específicamente a la educación secundaria y abarca los temas principales que se desarrollan en ésta.
Álgebra	Los temas desarrollados en esta área no difieren entre sí en ambas universidades y nuevamente el enfoque es hacia la educación secundaria.
Tecnología	Aunque en ambas universidades se enfatiza en el uso de distintos paquetes informáticos, ninguno de ellos se dirige al uso de ésta como un recurso didáctico para la Enseñanza de la Matemática.
Historia de la Matemática	Solamente la UAM posee un curso de historia de la Matemática que se base en el estudio de los orígenes del cálculo, álgebra, aritmética y las Matemáticas modernas.



Observaciones generales:

- La UAM ofrece una cantidad de contenidos matemáticos mucho mayor que la USJ.
- Existe una separación drástica entre matemáticas y pedagogía, que se expresa en toda la malla curricular de ambas universidades.
- Uno de los aspectos que muestra esta última situación es la ausencia de pedagogía matemática.
- Los cursos poseen bastante relación con el currículo de la educación secundaria.
- Hay una ausencia de dimensiones demostrativas en los cursos de matemáticas.
- La investigación se reduce a la preparación de una tesis.

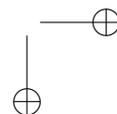
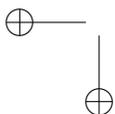
LA BIBLIOGRAFÍA

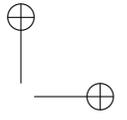
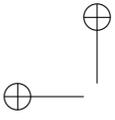
Al igual que en el caso de las universidades públicas, en las universidades privadas la mayoría de los textos de la bibliografía varían entre los años 1970 y 2000. La mayoría de ésta se encuentra entre la década de los ochentas (24,11 %), seguido por la década de los noventas (21,59 %).

En estas universidades se citan muchos libros y no se indican los años o los datos están incompletos, por lo que resultó un poco difícil la comparación. En lo que sigue usaremos las referencias bibliográficas de la manera específica como aparecen en los documentos oficiales de estas instituciones (sin correcciones o ediciones).

La bibliografía se basa en libros de texto. La mención a revistas especializadas o referencias electrónicas es casi nula.

Entre los textos mencionados se desarrollan contenidos respecto a: estadística, geometría, cálculo diferencial e integral, bioestadística, ecuaciones diferenciales, álgebra básica, historia de la Matemática, álgebra lineal, análisis, matemática discreta, física, trigonometría, teoría de números, álgebra abstracta, probabilidad, evaluación de los aprendizajes, desarrollo educativo costarricense,





desarrollo adolescente, teoría del derecho, legislación educativa, psicología, diseño curricular, teorías sobre educación, métodos de investigación, entre otros.

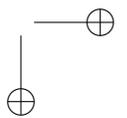
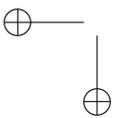
Es importante señalar algunos textos que, aunque no corresponden a textos de nivel universitario para una carrera de Enseñanza de la Matemática, aparecen en la bibliografía

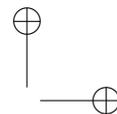
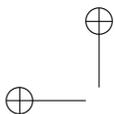
- Barahona, M. *Matemática elemental 7 año*. Editorial Librería Francesa.
- Barahona, M. *Matemática elemental 8 año*. Editorial. Librería Francesa.
- Esquivel, J.M. (1987). *Didáctica de las ciencias naturales I y II ciclos*. EUNED. Costa Rica
- Wood, A.H. (1989). *Curso para la enseñanza de la geografía*. EUNED. Costa Rica.
- Víquez M. (1991). *El niño, la niña y la televisión*. ILANUD. San José, Costa Rica
- Carvajal, N. (1993). *Escuela Líder centro de innovación Educativa*. San José, Costa Rica. SIMED
- Lobo, Y. (1993). *La televisión y los niños*. Taller de capacitación a docentes San José, Costa Rica, MEP y Comisión de Orientación y Control de Espectáculos Públicos.

Las referencias comunes en su mayoría se pueden apreciar en la página <http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/recursos.php>

En el caso de geometría la bibliografía se orienta hacia una combinación de la axiomatización de la geometría como con la aplicación práctica de las definiciones, postulados y teoremas. Se citan libros como

- Alfaro S., Bernardo. *Apuntes de Geometría*. Publicaciones UCR. Costa Rica.
- Azofeifa, I; et al. *Matemática Básica I*. Publicaciones de la Escuela de Matemática. Heredia, Costa Rica.
- Bournett, R. *Algebra y trigonometría*. Editorial. Mc Graw Hill. México.
- Edwin, E. *Geometría Elemental desde un punto de vista avanzado*. Comp. Editorial Continental. México.





- Clemens, R. *Geometría con aplicaciones*. Editorial Iberoamérica.

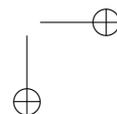
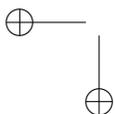
En áreas como álgebra abstracta y topología, los textos se orientan hacia un abordaje matemático, sin embargo, también existen textos orientados hacia el estudio de álgebra básica. Por ejemplo:

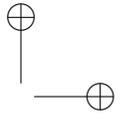
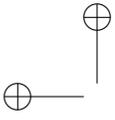
- Dolcinani, M. (1977). *Álgebra Moderna*. Publicaciones Culturales. México.
- Gentile, E. (1973). *Estructuras algebraicas*. Washington, Unión Panamericana.
- Goldhaber, J; *et al.* *Álgebra*. The Macmillan Company. Londres.
- Queysanne, M. (1975). *Álgebra básica*. Vicens—Vives. Barcelona
- Swokowski, E. (1978). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Grupo Editorial Iberoamericana. México
- Apóstol, T. (1997). *Calculus*. Vol. 1 y 2. Editorial Reverté, Barcelona.
- Piskunov. *Cálculo Diferencial e Integral*. Ediciones Monataner.

En áreas como teoría de números y topología, no existen textos orientados, específicamente, hacia el estudio de éstas.

En otras áreas como cálculo y ecuaciones diferenciales, la bibliografía incluye, en su mayoría, libros orientados hacia las ingenierías. Situación similar ocurre con álgebra lineal, matemática discreta, probabilidad y estadística. Se citan por ejemplo:

- Larson, R. *et al.* *Cálculo con Geometría Analítica*. Editorial Mc Graw Hill. México.
- Leithold, L. *El cálculo con Geometría Analítica*. Editorial. Harla S.A. México.
- Stein. (1994). *Cálculo y Geometría Analítica*. 3ª Edición. Mc.Graw Hill.
- Edwards, F. *Cálculo y Geometría Analítica*. Editorial. Prentice Hill.
- Ayres. *Cálculo diferencial e Integral*. Editorial Shaum 3ª ed. McGraw - Hill, México.

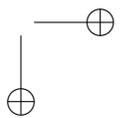
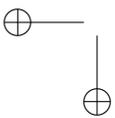


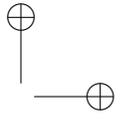
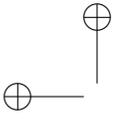


- Boyce, W. *et al.* *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Editorial Limusa. México.
- Rainville, E. *Ecuaciones Diferenciales Elementales*. Editorial Trillas. México.
- Denis, G. (1987). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamericano. México.
- Edwards, C.H. (1987). *Educaciones diferenciales elementales con aplicaciones*. México Prentice Hall. Hispanoamericana.
- Lipschutz, S. *Teoría y Problemas de Álgebra Lineal*. Libros Mc Graw Hill. México.
- Marcus, M; *et al.* *Introducción al Álgebra Lineal*. Centro Regional de Ayuda Técnica. AID. México.
- Basaraa, M; *et al.* (1981). *Programación Lineal y Flujo de Redes*. Editorial Limusa. México.
- Johnsonbaugh, Richard. *Matemáticas Discretas*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Kolman, B; *et al.* *Estructuras de Matemáticas Discretas para la Computación*. Prentice Hall Hispanoamericana. México.
- Feller, W. *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones*. V.I. Limusa México.
- Meyer, P. *Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas*. Fondo Educativo Interamericano. Bogotá.
- Aguilar. (1971). *Introducción a la Estadística Aplicada*. Editorial Alambra, S.A.
- Gregory. *Estadística Básica*. Editorial del Castillo.
- Aguilar. (1971). *Introducción a la Estadística Aplicada*. Editorial Alambra, S.A.

En el área de métodos numéricos, no existe bibliografía orientada a ésta de manera específica.

En el área pedagógica la literatura es muy extensa. Resulta interesante destacar el hecho que aunque las universidades privadas poseen cursos





específicos cuya orientación es hacia la didáctica de la Matemática, los textos orientados hacia la enseñanza de ésta son muy escasos. Se cita por ejemplo

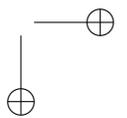
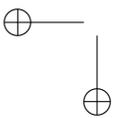
- Bae - CTUM. *Sugerencias para la Enseñanza de la Matemática*. Editorial Iberoamérica.
- Especialistas UNED. *Didáctica de la Matemática*. Recopilado.
- Streeter, J. (1989). *Destrezas básicas en la Matemática*. McGraw-Hill, México.
- Sobro. *Cómo entender y hacer demostraciones matemáticas*. Editorial Limusa, México.
- Salas F; Hernández G. *La formación docente de los profesores de Matemática y su relación con la realidad educativa del país*. Tesis de Maestría. UNILAT.

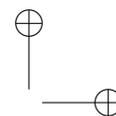
La bibliografía está desactualizada, pocas referencias son artículos de revistas especializadas o referencias que estén en línea.

FORMACIÓN DOCENTE Y POLÍTICAS EDUCATIVAS OFICIALES

Retomemos los principios que hemos seleccionado:

- La investigación como factor importante para la práctica docente.
- El docente debe tener una amplia formación capaz de permitirle realizar la mediación pedagógica en su práctica.
- El enfoque epistemológico constructivista es el adecuado para todas las dimensiones educativas.
- Coherencia entre la formación inicial, la formación continua, el currículo y los instrumentos pedagógicos.
- Afirmación de la disciplina con perspectiva multi y transdisciplinaria.
- Integración entre la formación inicial y la formación continua con cooperación interinstitucional permanente.





- La resolución de problemas es un mecanismo privilegiado.
- La historia de las Matemáticas es importante.

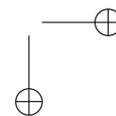
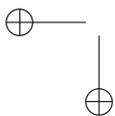
Universidad Americana

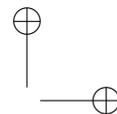
En cuanto al área pedagógica, el *currículum* de Enseñanza de la Matemática de la UAM, a nivel de bachillerato, consta de nueve cursos; solo dos de ellos (*Didáctica de las Matemáticas y Práctica Docente*) tienen que ver directamente con la enseñanza de las Matemáticas, los demás son de carácter general. En cuanto al componente de investigación, se dice, en la parte metodológica del curso de *Psicología de la educación*, que “se plantea en el presente proyecto, la utilización de una metodología activa, que si bien se apoya en lecturas, no se limite a ellas o a su comentario, sino que se concreten en actividades materiales, simulaciones, recreaciones, investigaciones, experiencias y otros, ya que algunos los estudiantes son profesores en servicio”; en el curso de Legislación educativa y régimen jurídico se propone la realización de un trabajo de investigación bibliográfica. Por otra parte hay un curso de *Métodos y Técnicas de investigación* en el que se propone como objetivo general: “Proporcionar al estudiante las bases teóricas de la investigación, como son la problemática del conocimiento, la ciencia y sus tipos, las explicaciones científicas y los fundamentos de la investigación, así como la aplicación de esos conceptos al campo de la educación”. En realidad, podemos decir que, salvo el curso de métodos y técnicas de investigación, no está presente en el área pedagógica del plan de estudios de esta carrera; no es un eje curricular de la misma.

Algunos de los cursos consideran la mediación pedagógica en el aula de una manera muy general, pero ninguno de los restantes aspectos de la política educativa y lineamientos de los programas del MEP (historia, constructivismo, resolución de problemas) se hace explícito en los cursos. Sin embargo, la política educativa es objeto de estudio en 4 de los cursos del área pedagógica.

El *currículum* de Enseñanza de la Matemática de la UAM cuenta, en el área de matemáticas, con 15 cursos. Hay tres de los componentes de la política educativa que se tienen en cuenta en los cursos de esta área.

En cuanto a historia de las Matemáticas, además de un curso con ese nombre, se mencionan algunos elementos en otros cinco cursos:





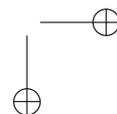
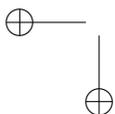
- En el curso de *Principios cuantitativos I*, en sus contenidos, se propone una introducción histórica.
- En el curso de *Principios cuantitativos III*, entre sus objetivos, se propone analizar las diferentes etapas en el desarrollo histórico de la geometría, para una mejor comprensión de los temas por desarrollar.
- En *Cálculo diferencial* se propone como un contenido la importancia de la historia de la Matemática, del concepto de límite.
- Entre los objetivos del curso de álgebra se establece conocer el desarrollo histórico del álgebra.
- Uno de los objetivos del curso de *Cálculo Integral* es “lograr que el estudiante tenga una idea de los métodos que usaron los matemáticos y filósofos griegos para llegar a los resultados tan importantes, relativos a cálculo de áreas, de volúmenes y de centros de masa”.

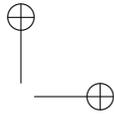
Los cursos *Principios cuantitativos I*, *Cálculo diferencial*, *Álgebra lineal* y *Cálculo integral* mencionan, de una u otra forma, la resolución de problemas en sus cursos; sin embargo no aparece explícito que se esté considerando como una estrategia didáctica.

El tercer componente de la política educativa que aparece explícito en algunos de los cursos de este *currículum* es el relacionado con la afirmación de la disciplina en la perspectiva multi y transdisciplinaria. Ocho cursos de matemáticas hacen referencia a ello de alguna manera.

En cuanto al nivel de licenciatura, el plan de estudios de la UAM, ofrece tres cursos de investigación que llevan al final a la graduación. Por otra parte, en los restantes siete cursos, en el apartado de experiencias de aprendizaje se enuncia que se realizarán investigaciones de campo para que el estudiante lleve a la práctica la teoría y se adapte a la realidad. Adicionalmente, en cuanto al componente de mediación pedagógica, se menciona en el curso de Evaluación Matemática, en el que uno de los objetivos es “Aplicar nuevas teorías en el proceso didáctico en el área de la Matemática”. Ninguno de los restantes componentes aparece mencionado de manera explícita.

Existe un curso denominado *Planificación Estratégica de la Política Educativa* en el que se trata, de manera general, diversos conceptos de política





educativa. Sus objetivos son: brindar al estudiante herramientas efectivas que le permitan generar mejoras en pro de la política educativa costarricense y concienciar al estudiante entorno a la relevancia de la planificación estratégica educativa como un instrumento de mejoramiento para Costa Rica.

Universidad de San José

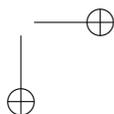
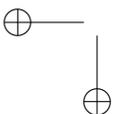
El área pedagógica del *currículum* de Enseñanza de la Matemática de la USJ está constituida por 13 cursos; tres de ellos están ligados directamente con la Enseñanza de la Matemática: *Epistemología de la Matemática, Evaluación aplicada en el aprendizaje de las Matemáticas y Práctica Supervisada*.

Siete de estos cursos toman en cuenta, de manera explícita, el componente de mediación pedagógica, según la Política Educativa.

En cuanto al componente de investigación, existe un curso denominado *Métodos y técnicas de investigación* y en tres de los cursos (*Fundamentos de Currículum, Didáctica general y Psicología del adolescente*) se menciona la investigación en cuanto a su metodología; sin embargo, no se percibe la investigación como un eje.

En cuanto a los otros componentes de la política educativa, solo en el curso de didáctica general se hace alusión al constructivismo, como parte de su objetivo general se dice: “Inculcar en el alumno la función constructiva del conocimiento, el cual se desarrolla mediante la utilización de sus potencialidades producto de sus experiencias concretas para llevar a lo abstracto y universal”. No se menciona nada sobre la relación de la asignatura con otras, ni la resolución de problemas ni el uso de la historia.

El *currículum* de Enseñanza de la Matemática de la USJ cuenta, en el área de matemáticas, con 14 cursos. A través de los objetivos, contenidos y metodología de los cursos de matemáticas del plan de estudios se denota una preocupación porque estos cursos sirvan como preparación para que el graduado pueda llevar a cabo su labor apropiadamente. De hecho, de acuerdo con los lineamientos de la política educativa y los planes de estudio de la enseñanza media, muchos de éstos se consideran de una u otra manera en varios de los cursos. El componente referido a la mediación pedagógica se hace explícita en cuatro de los cursos, en seis de ellos se hace alusión a ideas de tipo constructivista, la afirmación de



la disciplina con una perspectiva multi y transdisciplinaria se considera en seis cursos, la resolución de problemas en siete y la importancia de tener en cuenta la historia en siete.

La tabla siguiente pone de manifiesto en qué cursos y de qué manera se consideran esos componentes de manera explícita. En las filas ponemos principios educativos oficiales, en las columnas las universidades. La primera fila de cada principio educativo señala la presencia del mismo en los cursos de educación, la segunda fila hacia abajo en los cursos de matemática.

Cuadro 7.10

**POLÍTICAS EDUCATIVAS OFICIALES EN
LOS CURRÍCULOS DE LA UAM Y LA USJ**

	UAM	USJ
La investigación	<p>Hay 3 cursos de investigación a nivel de licenciatura</p> <p>Se menciona propiamente en 1 curso del bachillerato y en 3 de la licenciatura.</p> <hr/> <p>Se menciona en 4 cursos de la licenciatura.</p>	<p>Hay 1 curso de investigación. Se menciona en 3 cursos.</p>
El docente, mediación pedagógica	<p>En 4 cursos se menciona que se incidirá en la política educativa</p>	<p>Se menciona en 7 de 13 cursos.</p> <hr/> <p>Se menciona en 4 cursos.</p>
Enfoque epistemológico constructivista		<p>Se menciona en 1 curso.</p> <hr/> <p>Se menciona en 6 cursos.</p>

Formación inicial y continua, currículo y los instrumentos pedagógicos		
Disciplina con perspectiva multi y transdisciplinaria	Se menciona en 8 cursos.	Se menciona en 6 cursos.
Resolución de problemas	Se menciona en 4 cursos.	Se menciona en 7 cursos.
Historia de las Matemáticas	Se menciona en 5 cursos.	Se menciona en 7 cursos.

La primera observación es que hay más menciones de políticas educativas oficiales en la USJ que en la UAM dentro de la malla curricular.

Historia de la Matemática aparece en 7 cursos de la USJ y en 5 de la UAM.

Resolución de problemas se menciona en 7 cursos de la USJ.

Perspectiva multi y transdisciplinaria se menciona en la UAM en 8 cursos y 6 en la USJ.

En la USJ resulta extraño que se mencione lo del constructivismo más en la parte matemática que en la pedagógica, e igual sucede con la perspectiva multidisciplinaria. Se nota que en el diseño de esta carrera en la USJ pusieron cuidado a la integración de estos principios en varios de los cursos que ofrecen.

La formación continua no es nombrada en ninguna de estas instituciones.

El peso de la investigación es casi nulo en la UAM a nivel de bachillerato: se menciona en un curso. Sin embargo, a nivel de licenciatura se menciona en siete cursos y hay tres propiamente de investigación.

Varias políticas educativas no se mencionan en la UAM.

Recuadro 7. 1**ALGUNOS PROBLEMAS EN UNIVERSIDADES PRIVADAS**

En una mayoría de las universidades privadas el problema mayor es, debe reconocerse, de debilidad en cuanto a la eficacia y calidad de la formación profesional que ofrecen. Puede que sean eficientes en el manejo de recursos materiales y humanos (la inversión mínima para el máximo de resultados), pero ofrecen carencias formativas fundamentales (con algunas importantes excepciones). Estas debilidades obedecen a muchos factores que son importantes de consignar. Con relación al claustro: ausencia de estabilidad y permanencia laborales; no poseen regímenes académicos con procedimientos de estímulo y exigencias académicas, y en muchas ocasiones la experiencia y trayectoria de sus profesores son muy débiles. Se suele cumplir las demandas de puntualidad, orden y hasta “buena presentación”, cumplimiento de cronogramas y apego a los programas, pero estas variables no aseguran la calidad académica de la labor docente. Con relación a los estudiantes: buena parte del “éxito” en su captación de estudiantes han sido las menores exigencias académicas, tanto en la admisión como a lo largo de su permanencia y graduación. La debilidad en los procesos académicos selectivos y de evaluación conspiran contra la eficacia y la calidad. Este es un asunto de fondo. Ahora bien, con relación a los programas y *currícula* así como la práctica académica: si bien las universidades privadas para su creación suelen cumplir los requisitos impuestos por CONESUP, se debe cuestionar, sin embargo, si la labor de CONESUP ha sido todo lo exigente que se necesita en la consideración de las posibilidades reales para que muchas de estas universidades puedan cumplir los programas y *currícula* que sometieron. Asuntos como la cantidad y la calidad del claustro, la infraestructura, los procedimientos de evaluación, el desarrollo académico, y sobre todo las condiciones y planes operativos *para asegurar que se sigan cumpliendo los requisitos*, deberían ocupar un papel más relevante a la hora de aprobar universidades privadas y sus carreras. El asunto es complejo: nadie desconoce que existe una distancia entre los *currícula* aprobados y la realidad práctica. Un resumen de una novela, capítulo por capítulo, con los términos e imágenes usados, por más bueno que sea nunca será la novela. Esto es muy grave. No ha sido, en general, responsabilidad de los profesores, sino de las limitaciones institucionales de infraestructura y recursos, de los servicios de apoyo, (aunque algunas de estas universidades

Recuadro 7. 1. Continuación

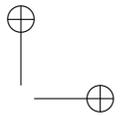
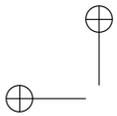
han progresado en este terreno) y, sobre todo, de una política y una actitud académicas que debilitan la exigencia. Esta distancia entre programas y realidad ha sido posible ante la ausencia efectiva de una inspección académica, o de mecanismos nacionales evaluadores de la gestión universitaria. A lo anterior, debe añadirse que la ausencia de investigación (lo que no se les puede pedir ahora, para ser justos) debilita la formación profesional. De la misma manera, la eliminación de los Estudios Generales (para reducir tiempo de graduación) nunca fue compensada en estas instituciones con otros mecanismos académicos. El resultado: profesionales con menores perspectivas culturales que las ya débiles en las universidades públicas. Estas condiciones mencionadas son variables que deberán ser enfrentadas por las universidades privadas que busquen, sinceramente, un progreso en la calidad y eficacia de su quehacer.

Tomado de Ruiz, A. (2001). *La educación superior en Costa Rica*, San José, Costa Rica: EUCR- CONARE.

ALGUNAS CONCLUSIONES

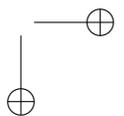
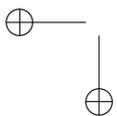
Veamos algunos elementos globales.

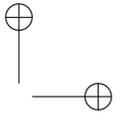
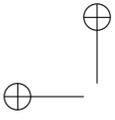
- La relación entre la fundamentación y la malla curricular de ambas instituciones es casi nula, en particular porque el discurso del fundamento es tan abstracto que no resulta operativo para poder visualizarse en los cursos.
- Como lo señalamos antes, no existen ejes curriculares o transversales; no obstante, las menciones más amplias de políticas educativas en la USJ aportan algo en esa dirección. Estos currículos, globalmente, son una yuxtaposición de cursos sin integración académica.
- La presencia de los aspectos demostrativos en las Matemáticas es casi nula en ambas instituciones, lo que subraya debilidades en esta dimensión de las Matemáticas.
- Sí existe en ambas instituciones una relación de los contenidos que se enseñan en la carrera y aquellos del currículo escolar al que van dirigidos. No obstante, el problema que se aprecia es la ausencia de suficiente



formación matemática capaz de nutrir al profesional con instrumentos que le permitan dominio adecuado de la disciplina y posibilidades de profundizar sus conocimientos.

- Desde el análisis de los contenidos la UAM ofrece en general más contenidos matemáticos que la USJ. Al mismo tiempo, desde el estudio de la presencia formal de las políticas educativas, la USJ ofrece más que la UAM.
- La investigación se orienta en esencia a la construcción de tesis; eso no es realmente investigación. Aunque en los cursos de licenciatura de la UAM se menciona “investigaciones de campo para que el estudiante lleve a la práctica la teoría y se adapte a la realidad”, esto se hace como experiencias de aprendizaje, pero no parece ser lo medular como estrategia metodológica de esos cursos.





Capítulo 8

EDUCACIÓN MATEMÁTICA INTERNACIONAL Y UNIVERSIDADES COSTARRICENSES

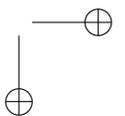
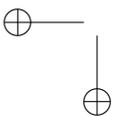
Una vez analizada la evolución histórica, principios, estructura curricular y cursos de los currículos de formación docente en enseñanza de las Matemáticas, así como su relación con las políticas educativa oficiales del país, la pregunta que emerge es: ¿cuál relación poseen con las principales tendencias y hallazgos presentes en la Educación Matemática internacional?

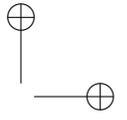
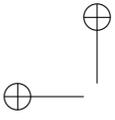
Vamos a citar primero algunos de los hallazgos internacionales pertinentes y luego analizar la situación en los *curricula* de nuestras universidades estatales y privadas.

MENCIÓN DE RESULTADOS INTERNACIONALES

Sobre currículos por competencias

- Las tendencias internacionales apuntalan la construcción de currículos educativos con base en competencias, que invocan una relación histórica específica entre academia, estudiantes y sociedad.





- Objetivos, contenidos, evaluación, se encuentran determinados por las competencias.
- Eso significa que tanto los fundamentos como la estructura y la malla curricular (todos los cursos) deben ser establecidos por medio de competencias.
- Un currículo para la formación docente en Educación Matemática debe establecer los perfiles profesionales con base en tres tipos de competencias: de educación general, de contenido matemático, de pedagogía matemática específica.

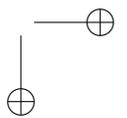
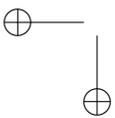
En las estatales: por un lado, los currículos que analizamos en las universidades estatales ofrecen propuestas con base en perfiles profesionales, que implican competencias. No obstante, las que incorporan poseen ciertas debilidades: son muy generales, y no consideran apropiadamente la pedagogía matemática. Por el otro: no aparece una apropiada articulación entre objetivos, contenidos, evaluación, no se encuentran determinados por las competencias. Y, más aun, no solo los cursos no están establecidos por las competencias, sino que además existe una inconsistencia entre los fundamentos con la estructura y la malla curricular.

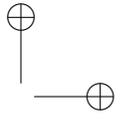
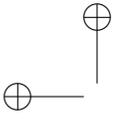
Los currículos de la UAM y la USJ invocan perfiles profesionales, que implican competencias. Sin embargo, son muy generales, y no consideran la pedagogía matemática. No se articulan los cursos de estos currículos por medio de las competencias (objetivos, contenidos, evaluación). Y la fundamentación, tan general, en ambos casos, no puede visualizarse en la malla curricular.

Sobre aplicaciones

- Los conocimientos matemáticos deben incluir aplicaciones o usos de la disciplina así como los contextos socio-históricos y sus perspectivas filosóficas o intelectuales más generales.

En las estatales: las Matemáticas, en general, se plantean de una manera que excluye persistentemente el uso de aplicaciones a lo largo de la malla curricular. No obstante, en el caso del ITCR un énfasis tecnológico proporciona





mecanismos para visualizar y aplicar las Matemáticas precisamente a través de recursos computacionales. En la UCR el tema se menciona con más frecuencia que en otras instituciones.

En la UAM y la USJ hay varias menciones a las aplicaciones en ambos currículos, sin embargo, no se proponen como un recurso metodológico.

Relación entre currículo escolar y las Matemáticas

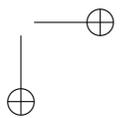
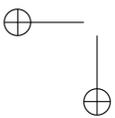
- Debe existir una relación explícita entre los contenidos del currículo escolar (matemáticas a enseñar) y las Matemáticas como ciencia.

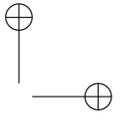
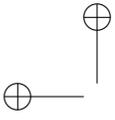
No aparece en la malla curricular de las estatales una afirmación explícita de que se busque sostener la formación propiamente matemática a partir de los contenidos matemáticos o situaciones del currículo escolar.

En ambas universidades privadas estudiadas en varios de sus cursos proponen una relación explícita con los contenidos de la Matemática para enseñar en el nivel de secundaria; sin embargo, este propósito no se expresa mucho en la bibliografía de los cursos.

En general, podríamos señalar que en el papel estos currículos de las universidades estatales y privadas no exhiben muchas diferencias cualitativas en cuanto a las características de las matemáticas que ofrecen. Como veremos luego, sí hay diferencias cuantitativas entre unas y otras. La profundidad y el nivel con los que desarrollen estos contenidos matemáticos está más en relación con otros asuntos: la cantidad de horas lectivas que plantean en estos currículos, la duración de los programas de formación, los recursos humanos y materiales con los que cuentan, etc.

Por otra parte, adelantándonos un poco a las conclusiones: las matemáticas que pensamos deberían incluirse en estos currículos deberían estar orientadas hacia la práctica del educador, con relaciones explícitas entre las matemáticas universitarias superiores y las de la educación secundaria, pero además con la presencia de múltiples representaciones de conceptos y procedimientos matemáticos (que permitan entre otras cosas más posibilidades para diferentes opciones en la enseñanza aprendizaje), contextualizaciones físicas y sociohistóricas, visión sistémica y transdisciplinaria de los temas matemáticos, etc. Esto no sucede ni en las instituciones estatales ni tampoco en las privadas.





Organización de componentes: ausencia pedagogía matemática

- Un currículo para la formación docente en Educación Matemática debe establecer los perfiles profesionales con base en tres tipos de competencias: de educación general, de contenido matemático, de pedagogía matemática específica.
- Los conocimientos que debe poseer el educador matemático se pueden agrupar en 4 categorías: conocimientos generales, conocimientos educativos generales (pedagógicos y no pedagógicos), conocimiento pedagógico de la Matemática, conocimiento matemático y meta-matemático.
- El conocimiento pedagógico de las Matemáticas es un componente crucial de los currículos y ha sido el factor ausente en muchos de los currículos de Enseñanza de las Matemáticas.
- El énfasis crucial de un currículo para la formación docente en Educación Matemática debe estar en los contenidos matemáticos y meta-matemáticos y el conocimiento pedagógico de las Matemáticas.

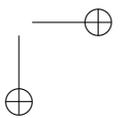
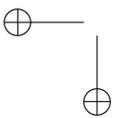
Los currículos analizados de las estatales incorporan conocimientos generales, de educación general, conocimientos matemáticos y pedagógicos de las Matemáticas. Sin embargo, hay una evidente debilidad en cuanto al conocimiento pedagógico de la Matemática.

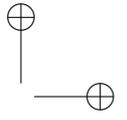
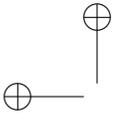
En las privadas hay una drástica debilidad en cuanto al conocimiento pedagógico de la Matemática.

Sobre contenidos y situaciones de aprendizaje

- El currículo de la Enseñanza de la Matemática no debe estar basado en los contenidos matemáticos en sí mismos sino en situaciones de enseñanza y aprendizaje (aunque específicas de las Matemáticas).

¿Cuál es la lógica que define los *curricula* de las universidades estatales? En su gran medida, la lógica de los contenidos, y particularmente los matemáticos. Por eso, la estructura curricular no se propone de tal manera que busque potenciar





el estudio de situaciones de aprendizaje y, de la misma manera, el lugar de la resolución de problemas es muy escaso. Una de las consecuencias de asumir una lógica curricular basada en los contenidos matemáticos, es que cuando se plantean acciones de capacitación o formación continua en estas instituciones, éstas se dirigen simplemente a aportar más contenidos matemáticos.

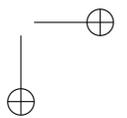
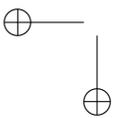
Los currículos de las privadas enfatizan la pedagogía más que los contenidos matemáticos. Sin embargo, se trata de pedagogía general, no específica de las Matemáticas.

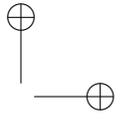
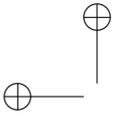
La Educación Matemática como una disciplina independiente

- La Educación Matemática es una nueva disciplina científica, diferente de las Matemáticas y de la educación en general y, por lo tanto, con perfiles profesionales propios, objetos y métodos específicos.

La enseñanza de las Matemáticas en los cuatro currículos de las universidades estatales se aprecia como una disciplina que yuxtapone contenidos matemáticos de “menor nivel” que el suministrado en las carreras de matemática pura, y de educación general. La debilidad en cuanto a los conocimientos incluidos en cada currículo de conocimiento pedagógico de la Matemática expresa esa visión de la Educación Matemática, no muy alejada de la que considera la Enseñanza de la Matemática como una disciplina que incluye desde la investigación matemática hasta la docencia en colegios y universidades. En el periodo adicional que posee la licenciatura tanto en la UNA, la UCR y el ITCR se busca dar una respuesta distinta pero se trata de una fase aislada del resto; no se encuentra la especificidad a lo largo de todos los niveles de la carrera: es un asunto de enfoque general. No existe en ninguno de los *curricula* como un todo una visión de la Enseñanza de la Matemática como una disciplina científica independiente y diferente cualitativamente de la Matemática y la educación general.

En las privadas estudiadas no hay consideración de la Educación Matemática como disciplina independiente; la separación drástica entre pedagogía general y matemáticas es orientada en ambos *curricula* de las privadas hacia un debilitamiento de los contenidos matemáticos (estructura intelectual, métodos).





Resolución de problemas

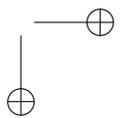
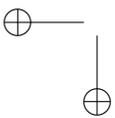
- La resolución de problemas es un componente central de la Educación Matemática contemporánea que debe nutrir la labor de aula y el currículo en su conjunto.

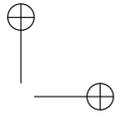
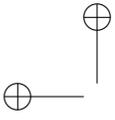
El tema aparece con una tremenda debilidad en las estatales. La institución donde más se menciona el tema es en la UCR. Aunque en algunos casos se hacen breves alusiones a la resolución de problemas no es éste un componente central de los currículos de formación de profesores de matemáticas en nuestras universidades estatales. No se entiende, en general, la resolución de problemas como una estrategia global de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, ni en la forma como están concebidos los propios cursos de la carrera misma ni en la manera de enfocar los métodos y técnicas de enseñanza a utilizar por el futuro profesor de enseñanza media.

El tema aparece también con poca relevancia en las privadas. Aunque se hacen breves menciones a la resolución de problemas no es éste un componente central de los currículos de formación de profesores de matemáticas en estas instituciones. Además, no se entiende la resolución de problemas como una estrategia global de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, ni en la forma como están concebidos los propios cursos de la carrera misma ni en la manera de enfocar los métodos y técnicas de enseñanza a utilizar por el futuro profesor de enseñanza media.

Hallazgos sobre el aprendizaje

- Sobre la base de hallazgos en la investigación sobre el aprendizaje se reconoce internacionalmente que:
 - debe potenciarse una enseñanza aprendizaje de tópicos en profundidad aunque sean menos que los del currículo usual (mejor profundidad que amplitud),
 - los estudios cognitivos y en particular los asuntos relativos a las destrezas metacognitivas son esenciales de incorporar en la formación de los educadores,





- es vital la incorporación de conocimiento pedagógico específico de los contenidos de las disciplinas a enseñar,
- las creencias y los contextos socioculturales de los estudiantes y docentes son un asunto muy importante,
- se debe fortalecer la transferencia en la enseñanza aprendizaje.

Los estudios cognitivos son muy débiles en los *curricula* de las universidades estatales, las creencias no se mencionan aunque en algunos cursos de educación sí hay referencia a contextos socioculturales. La razón pareciera ser: con la ausencia de pedagogía matemática específica, estos estudios no pueden ocupar un papel significativo.

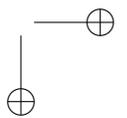
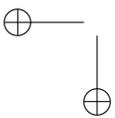
Estos temas no existen del todo en los currículos de las universidades privadas.

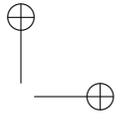
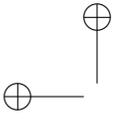
Historia de las Matemáticas

- La historia de las Matemáticas es un tema que debe integrarse transversalmente en la formación inicial de los educadores matemáticos, aunque cursos específicos sobre la misma que apunten su utilización didáctica son relevantes.

La UNA declara la historia de las Matemáticas como un eje transversal, pero no lo realiza en su malla curricular de cursos, salvo por la incorporación de un curso en el nivel de licenciatura. La UNED la incorpora con mayor transversalidad e incluso posee un curso en el nivel de bachillerato. El ITCR casi no contempla la historia de las Matemáticas, aunque hay un curso en la licenciatura. La UCR lo menciona también en 5 cursos y tiene uno en la licenciatura. De manera global, el tema no ocupa en la malla curricular el lugar primordial que debería ocupar.

El tema es mencionado varias veces en las privadas, con mayor énfasis en la USJ. Curiosamente, aunque no menciona el tema en los cursos, es la UAM la que ofrece un curso en historia de la Matemática. No es, sin embargo, un eje transversal en ninguno de los currículos.





La investigación en el currículo

- La investigación debe ocupar un lugar relevante en el currículo en una disciplina relativamente joven y con intensas importantes transformaciones teóricas realizadas en poco tiempo.

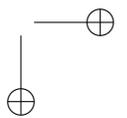
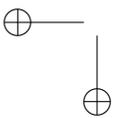
En cuanto a la investigación, aunque en las propuestas de la UNA y el ITCR se menciona de manera explícita y muy enfáticamente que la investigación educativa y la investigación de aula son de vital importancia en el desempeño profesional del profesor, los contenidos de los cursos de matemáticas y el enfoque metodológico de los mismos no parece llevar a la práctica lo enunciado al respecto. No aparece, en el detalle, reflejado lo que se dice en los principios generales. En la UCR se le da algún énfasis a la investigación en el último año de licenciatura; sin embargo no es un eje a lo largo de la carrera. De todas las universidades es en la UNA es donde más se da relevancia a la investigación, pues casi todos los cursos de educación lo consideran y existen además dos seminarios de investigación. Estos dos seminarios se enfocan hacia las Matemáticas, lo que es algo distinto a lo que sucede en las otras instituciones. En la UNED el componente no aparece del todo, ni como curso ni como eje transversal. Lo mismo dicho para la UNED se puede comentar para el ITCR.

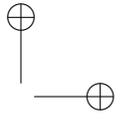
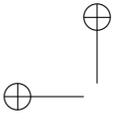
En la UCR se hace investigación educativa en la Educación Matemática, pero, por razones que no vamos a describir aquí, no tiene relación con el currículo de la carrera de Enseñanza de la Matemática.

Se observan resultados que podemos llamar de investigación en los aspectos relacionados con las tecnologías digitales o en los cursos de educación, aunque, en general, no son específicos a la enseñanza de las Matemáticas.

La capacidad de innovar e investigar se contempla inapropiadamente en la mayoría de los programas de bachillerato de las diferentes universidades estatales; algunas de ellas tienen cursos de investigación, pero no se percibe la investigación como un eje transversal del currículo a pesar que se declare como tal. La realidad indica que, en general, un bachiller en enseñanza de las Matemáticas graduado de cualquiera de nuestras universidades no tiene la capacidad de realizar investigación en el aula.

Cabe mencionar que algunos esfuerzos adicionales por mejorar la situación de la investigación en el currículo se hicieron en la UNA. Varios proyectos





de investigación han empezado a nutrir directamente algunos cursos o procesos finales de graduación, por ejemplo: *Uso de la Tecnología en la Carrera de Enseñanza de la Matemática en la Escuela de Matemática de la UNA*, *Resolución de problemas en la Educación Matemática*, y *Apoyo a la investigación en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, AIEM-UNA*. Su impacto no se puede determinar *a priori*, pero denota una voluntad institucional de responder a ese reto.

Este tema es de los más débiles en los currículos de la UAM y USJ: se incorpora débilmente en los cursos, y cuando hay un curso éste está orientado hacia la confección de un posible trabajo final de graduación. Los currículos no incorporan hallazgos de la investigación en la Educación Matemática internacional.

Dado el gran número de resultados en la investigación internacional en la Educación Matemática que se han dado en las últimas décadas, es apenas conveniente que el currículo los refleje, tanto en la bibliografía como, lo más importante, en la organización del currículo y su realización práctica. En los *curricula* estudiados estos resultados no están incorporados en ninguna de estas modalidades.

La formación continua

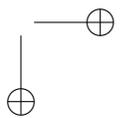
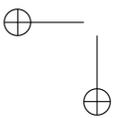
- Existe una dialéctica entre formación inicial y formación continua que invoca integrar la investigación en la formación inicial como un componente crucial para el establecimiento de las condiciones para la formación continua y permanente del educador.

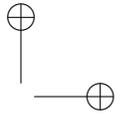
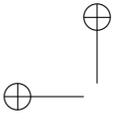
Como se apreció en el análisis de la presencia de las políticas educativas oficiales en los *curricula* de las universidades estatales, solo hay dos cursos en la UCR que apenas lo mencionan.

No existe el tema en los currículos de la UAM y la USJ.

Las tecnologías digitales

- Las tecnologías digitales deben potenciarse dentro de un nuevo currículo que se transforma en su conjunto para incorporarlas apropiadamente.



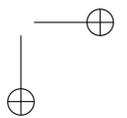
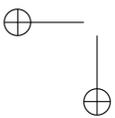


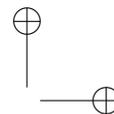
Las tecnologías en el ITCR son uno de sus componentes centrales, dadas las características tanto de la carrera propiamente como de la institución donde ella se imparte. En la UNA, se hace referencia en los principios de su fundamentación sobre la importancia de incorporar el componente tecnológico en todo el proceso formativo, sin embargo, parece que esto no se hace de manera apropiada. Aunque no se percibe su uso de modo transversal, se dan dos cursos que tienen que ver con las nuevas tecnologías:

- *Introducción a la informática*, que tiene como objetivo dar al estudiante conocimientos teóricos básicos de las computadoras, infundir en el estudiante la confianza de que emplear la computadora y aplicar el software más conveniente, de acuerdo a la situación presentada. Preparar al estudiante en manejo de: el sistema operativo Windows, editor de texto Microsoft Word, Microsoft Power Point, Microsoft Excel. Capacitar al estudiante en la utilización de algún lenguaje de programación de interés matemático, que le brinde las herramientas para su adecuado
- *Tecnología como herramienta didáctica (módulo de 2 horas semanales)*, cuyo objetivo es que el estudiante pueda determinar cuáles tecnologías son adecuadas para integrarlas en los procesos de enseñanza, aprender a utilizar diversos software, y preparar estrategias para utilizarlos en los procesos de Enseñanza de la Matemática, conocer y utilizar Internet como una herramienta en el proceso de Enseñanza de la Matemática y conocer los procesos de gestión de tecnología dentro de las instituciones educativas nacionales.

En cuanto a la UNED, se le da mucha relevancia en la declaración de principios del currículo a la incorporación de la tecnología, particularmente a la importancia que tiene que los futuros profesores de matemáticas aprendan a utilizarla correctamente; sin embargo, no aparece ni siquiera un curso al respecto, ni se promueve en el desarrollo de los cursos como cabría esperar. Muy recientemente se han introducido herramientas de las nuevas tecnologías en el proceso de mediación de algunos de los cursos del plan de estudios pero el estudiante no tiene la oportunidad de aprender sobre el uso de las tecnologías como una herramienta útil en su práctica pedagógica.

En la UCR existen dos cursos llamados laboratorios de matemáticas que enseñan el uso de paquetes. Sin embargo, no se considera como un componente





presente a lo largo de la etapa de formación. Estos cursos proponen entre sus objetivos: que el estudiante conozca internamente el microcomputador (tarjetas, unidades de disco, etc.), pueda utilizar los comandos básicos del Sistema Operativo (DOS), se familiarice con el manejo de acciones como uso de manejadores de archivos, compactar y descompactar archivos, uso del ambiente de ventanas ya sea en modo de texto, editor de *LaTeX*, Pascal o gráfico (Windows), pueda hacer uso de *TEX (LaTeX)* para la edición de cartas, exámenes y otros, utilice algún programa de cálculo simbólico, como *Mathematica* o *Maple* para facilitar su trabajo, conozca elementos básicos del uso de Internet.

Aquí hay una clara diferencia entre el ITCR y las otras instituciones, por razones evidentes. Lo que no está claro, en el texto curricular, es el impacto en la pedagogía y los conocimientos en las Matemáticas de los influjos provocados por las tecnologías digitales (CONARE, 2005).

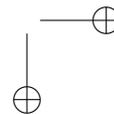
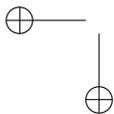
La UAM y la USJ poseen cursos de computación, pero no se conciben las tecnologías digitales como recursos didácticos en la Enseñanza de la Matemática, ni se percibe su uso de modo transversal.

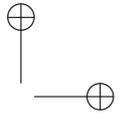
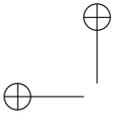
Organización de la lección de matemática

- El conocimiento sobre la acción y organización específica de la lección de matemática es un asunto muy importante en la formación de los educadores, que debe nutrirse de estudios comparativos internacionales, aunque integrado lúcidamente dentro de cada perspectiva cultural, social y nacional.

Si bien en los cursos de educación de las estatales se incorpora el tema, esto no se hace en los de matemática. En ninguno de los cursos, en ninguna de las universidades, se incorporan resultados recientes específicos sobre las experiencias internacionales en la lección de matemáticas.

Hay cierta preocupación por la clase en los currículos de la UAM y la USJ pero en ninguno de los cursos se incorporan resultados recientes específicos sobre las experiencias internacionales en la lección de matemáticas.





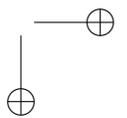
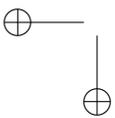
SÍNTESIS

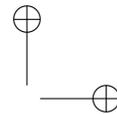
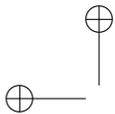
La observación más general apunta a que todos los currículos de las universidades estatales integran muy poco importantes hallazgos de la investigación educativa internacional, y exhiben por eso mismo importantes vulnerabilidades:

- Debilidades en los perfiles profesionales y las competencias que deben integrar estos currículos y su relación con la malla curricular de cursos individuales, que deben corresponder enteramente a los perfiles y competencias.
- Debilidad ostensible de la dimensión de competencias y conocimientos pedagógicos de las Matemáticas, que debería ser la base de la carrera de Enseñanza de la Matemática, y que se afirma en la existencia de la Educación Matemática como una disciplina científica y profesional independiente de las Matemáticas y la educación.
- Debilidades dentro de los currículos en el lugar que ocupan la investigación, la resolución de problemas, la formación continua, y otros asuntos que con pertinencia señala la política educativa nacional oficial.

De igual manera, los currículos de la UAM y la USJ integran en una dimensión mínima los hallazgos de la investigación educativa internacional:

- Manejo muy insuficiente de competencias en los perfiles profesionales, y en la relación entre éstos y la malla curricular.
- Ausencia casi completa de competencias y conocimientos pedagógicos de las Matemáticas.
- La investigación es extraordinariamente débil.
- No ocupan un lugar relevante temas como la resolución de problemas, la formación continua, las tecnologías digitales como recurso específico en la enseñanza de las Matemáticas.





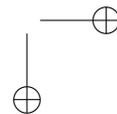
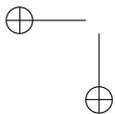
Capítulo 9

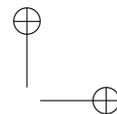
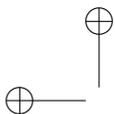
UN BALANCE GENERAL

En este capítulo vamos a considerar: por un lado, algunas de las relaciones, similitudes y diferencias que encontramos entre las universidades estatales y privadas en cuanto a la formación docente en enseñanza de matemática. Por otro lado: las principales dimensiones para establecer un diagnóstico global de los programas de formación docente en Enseñanza de la Matemática que se ofrecen en el país.

UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS: *COMPARACIÓN*

De forma muy general, los programas de estudios de las universidades estatales presentan similitudes en algunos contenidos y en su enfoque en el desarrollo de los cursos del área específica. Comparten hasta ahora una visión similar sobre las Matemáticas que se incorporan en el currículo de Enseñanza





de la Matemática, y, también, es similar el lugar de los espacios disciplinares matemáticos y los educativos (en el ITCR incluimos computación como componente disciplinar). No obstante, hay diferencias relevantes. Por ejemplo: existe una distancia entre el currículo del ITCR y el de las otras instituciones, por su énfasis en computación. Hay, por otra parte, menor pedagogía matemática en la UCR y la UNA, y existe un mayor peso de aspectos pedagógicos y de la investigación en la UNA que en las otras universidades. La modalidad a distancia en la UNED implica otras diferencias en los procesos de enseñanza aprendizaje que aquí no vamos a evaluar. En general, existe entre ellos un “parentesco de familia” (Wittgenstein).

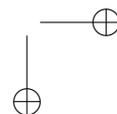
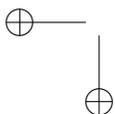
En cuanto a la UAM y la USJ, sus programas de estudios presentan más diferencias que similitudes en cuanto a cursos y contenidos. Hay diferencias en cuanto al volumen de matemáticas incorporado así como en los contenidos mismos. Los fundamentos curriculares son distintos, con mayor elaboración en la USJ. Pero hay más matemáticas en la UAM. Por supuesto: todo esto en el papel.

El tiempo de graduación de los estudiantes en las instituciones privadas hace una diferencia sustancial con las estatales, pues en una universidad privada el bachillerato se obtiene en dos años y dos cuatrimestres, mientras que en las estatales el tiempo para la obtención de dicho grado académico es de cuatro años. Mientras que en una universidad pública que ofrece el profesorado se obtiene en 3 años, en las privadas un bachillerato se obtiene en menos de ese tiempo.

Las relaciones internas en cada tipo de institución en cuanto a las características entre los componentes curriculares se pueden ver por medio de análisis de créditos. Véase el cuadro 9.1.

El énfasis en sus créditos que destinan la UAM y la USJ a las Matemáticas es similar al del ITCR, pero inferior al que dan las otras universidades estatales.

De manera general, si se comparan con las universidades estatales: las universidades privadas (salvo la UAM) destinan más espacio a cursos en el área educativa que en matemática. La USJ es, de todas las universidades que hemos considerado aquí, la que más espacio le da a la educación general.



Cuadro 9.1

**UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
PLANES DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
PORCENTAJE DE CRÉDITOS POR COMPONENTES CURRICULARES
BACHILLERATO**

	Matemática	Educación
UNED	54,55 %	24,79 %
UCR	52,55 %	29,20 %
ITCR	45,60 %	28,80 %
UNA	51,05 %	28,67 %
UAM	46,87 %	28,13 %
Católica	43,75 %	31,25 %
Latina	40,63 %	34,37 %
Adventista	34,28 %	30,71 %
USJ	45,08 %	38,52 %

Las horas lectivas semanales de las universidades privadas son menos que en las universidades estatales: en las primeras casi todos los cursos son de tres horas, mientras que en las estatales son de tres a cinco horas, dependiendo de la naturaleza de la materia a desarrollar. Véase el cuadro 9.2.

En cuanto a los totales: y en particular en relación con las dos universidades privadas que hemos estudiado con detalle, los bachilleres reciben 46 horas menos que los del ITCR, con la UNA la diferencia es de 68 horas menos, y con la UCR de 79 horas menos.

De hecho, observando los cuadros correspondientes a horas lectivas, a nivel de bachillerato, vemos que de las universidades estatales la que menos horas lectivas tiene en total en el área de matemáticas es el ITCR; esto se explica por el énfasis particular que tiene la carrera en computación en esa institución. Sin embargo, ese mínimo es de 55 horas, mientras que el máximo en las universidades privadas es 48 horas (en la Universidad Adventista); si comparamos con la UNA (86 horas) y con la UCR (65 horas) la diferencia es

aún mayor. La USJ incluye menos de la mitad de horas lectivas de matemáticas que la UNA, y la UAM se encuentra en el mismo orden de magnitud.

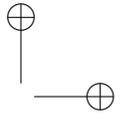
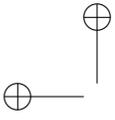
Cuadro 9.2

**UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS
BACHILLERATO EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
HORAS LECTIVAS TOTALES**

	Matemática	Educación	Otras	Totales
UNED	n. a.	n. a.	n. a.	n. a.
UCR	80	64	39	183
ITCR	55	42	45	142
UNA	86	47	31	164
UAM	45	27	24	96
Católica	42	33	33	108
Latina	39	33	24	96
Adventista	48	42	54	144
USJ	42	39	15	96

Lo mismo se puede decir en lo que concierne a las asignaturas del área de educación y, por supuesto, del total de horas de la carrera; el número total de horas semanales en las universidades estatales es bastante mayor que en las universidades privadas. Las universidades privadas trabajan con la modalidad de cuatrimestres que están formados por 13 o 14 semanas lectivas, mientras que en el ITCR, la UNA y la UCR trabajan con la modalidad de semestres que cuentan con 16 o 18 semanas lectivas.

Si bien se podría argumentar que la cantidad de horas lectivas no es tan relevante, y que lo importante es la calidad de las lecciones, o las acciones paralelas que se hacen (como tareas o investigación), con una mirada realista, es necesario enfatizar que estas diferencias muestran una situación muy desigual entre universidades estatales y privadas con la misma modalidad presencial que no parece beneficiar la preparación de los estudiantes en las universidades



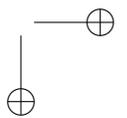
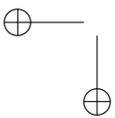
privadas. Como contraste: en los países europeos y del Asia del Este se plantea en la formación docente de enseñanza de las Matemáticas alrededor de 5 años (después de 12 de formación preuniversitaria)

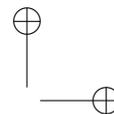
Sin duda, los contenidos contemplados en algunos cursos de los planes de estudio de las universidades privadas estudiadas en detalle son demasiados para desarrollarse adecuadamente en un cuatrimestre y con tres horas lectivas por semana. Por ejemplo, entre los cursos que presentan mayor cantidad de contenidos en la UAM se pueden citar: *Principios cuantitativos I*, *Principios cuantitativos II*, *Principios cuantitativos III*, y *Estadística inferencial*. Nos parece bastante difícil desarrollar con apropiada profundidad y dedicación estos cursos con la gran cantidad de contenidos que incluyen en el programa. Esto significa que es muy poco probable que todos estos contenidos declarados en el plan formal puedan ser desarrollados en la práctica o que eso se haga con la profundidad que estos objetos matemáticos ameritan, lo que deja muchas dudas sobre la realidad de estas carreras. Pero abundar en eso no es el propósito de nuestro estudio.

Si consideramos la carrera completa desde el ingreso hasta la culminación de la licenciatura en las tres universidades estatales UCR, UNA, ITCR, se observan grandes diferencias en cuanto a creditaje y número de horas lectivas semanales entre la universidad privada (UAM) y las estatales. El número total de créditos en el área matemática en la UAM es 76, mientras que en la UNA es 88 y en la UCR es 81. La diferencia se hace más marcada si consideramos las horas semanales lectivas; en el área de matemáticas la UAM tiene 57 mientras que la UCR tiene 85 y la UNA 101 (casi el doble). También las diferencias son bastante grandes en el área pedagógica: la UAM tiene 48 créditos y 36 horas semanales mientras que la UNA tiene 57 créditos y 67 horas y la UCR tiene 56 créditos y 76 horas.

Con base en el estudio de las mallas curriculares podemos afirmar que: los planes de estudio de las universidades estatales poseen más contenidos que los de las universidades privadas estudiadas, los más “densos” son los de la UNA y la UCR.

Las universidades estatales poseen un mayor énfasis en los contenidos matemáticos. Esto se expresa de varias maneras: ya comentamos la relación entre los componentes curriculares; por otro lado, existe formalmente una cantidad mayor de contenidos matemáticos en los programas de las estatales (en general).





En tercer lugar, es importante señalar los aspectos que se subrayan: hay mayor presencia de métodos, en particular demostrativos, en los currículos de las universidades estatales.

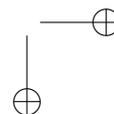
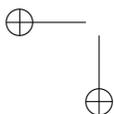
Las principales diferencias están en los contenidos que se desarrollan en el área de las Matemáticas. La USJ y la UAM, en bachillerato, no presentan contenidos en las áreas de topología, análisis, métodos numéricos y cálculo en varias variables, los cuales sí están en las cuatro universidades estatales que preparan docentes para la Enseñanza de la Matemática. A nivel de licenciatura, sin embargo, la UAM tiene un curso de topología y otro de métodos numéricos.

A continuación citamos algunas áreas “generales” o contenidos que están ausentes en los planes de estudio de las universidades privadas:

- recursos didácticos.
- desarrollo educativo costarricense;
- ecuaciones paramétricas;
- cálculo en varias variables (límites, derivadas, integrales entre otros);
- análisis real;
- principios básicos de la geometría no euclídea;
- uso de la tecnología como recursos didáctico para la Enseñanza de la Matemática (aunque se menciona, los contenidos que se presentan no son congruentes con lo indicado).

El énfasis de los cursos de matemáticas en las universidades estatales se da en los aspectos axiomáticos y demostrativos de las Matemáticas, aunque no hacia los modelos, aplicaciones, contextualizaciones, pedagogías, etc. Mientras tanto en las privadas no solo no se encuentra ese énfasis sino que estas dimensiones de las Matemáticas casi no se enseñan. Hay una debilidad en estas últimas instituciones en cuanto al lugar que recibe la Matemática. Tampoco incluyen, debe decirse, las privadas modelos, aplicaciones, contextualizaciones etc.

Entonces: en las instituciones estatales, los cursos de matemáticas no corresponden a las necesidades del educador matemático, están asociadas al tipo de matemáticas que debe recibir más bien el matemático puro (el investigador matemático), aunque con menor nivel y profundidad matemática. Esto se aprecia



en los contenidos escogidos (en general son muchos y su lógica es la de las Matemáticas), en la ausencia de contextualizaciones, vínculos con la pedagogía, en la forma de evaluar, etc. En las instituciones privadas: no solo no se aprecia una visión distinta de las Matemáticas a la que existe en las estatales, sino que, además, la cantidad de matemáticas y sus métodos es más reducida.

Si bien en ambos tipos de institución el conocimiento pedagógico de las Matemáticas ocupa un lugar débil, éste es más débil en las universidades privadas estudiadas. A continuación citamos los cursos por universidad que hacen mención a la pedagogía de la Matemática en cada universidad pública y privada, además de las prácticas docentes.

Cuadro 9.3

UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS COSTARRICENSES PRESENCIA DEL CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DE LAS MATEMÁTICAS

Universidad	Curso
UCR	<ul style="list-style-type: none"> ■ Currículum en matemática.
UNA	<ul style="list-style-type: none"> ■ Recursos didácticos para el aprendizaje. ■ Didáctica específica. ■ Resolución de problemas matemáticos. ■ Tecnología como herramienta didáctica.
UNED	<ul style="list-style-type: none"> ■ Didáctica específica de la Matemática. ■ Metodología de la Enseñanza de la Matemática. ■ Currículum para la Educación Matemática. ■ Recursos didácticos para la Enseñanza de la Matemática. ■ Fundamentos filosóficos para la Educación Matemática. ■ Historia de la Matemática. ■ Geometría Euclídea I. ■ Geometría Euclídea II. ■ Investigación en la Enseñanza de la Matemática.

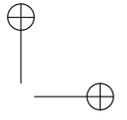
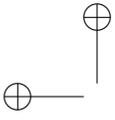
ITCR	<ul style="list-style-type: none"> ■ Aprendizaje y didáctica de la Matemática. ■ Metodología de la Enseñanza de la Matemática. ■ Planeamiento didáctico. ■ Taller de software de aplicaciones. ■ Taller de software didáctico. ■ Taller de multimedios en la educación.
UAM	<ul style="list-style-type: none"> ■ Didáctica de las Matemáticas. ■ Aplicaciones de paquetes computacionales a la enseñanza de las Matemáticas.
USJ	<ul style="list-style-type: none"> ■ Epistemología de la Matemática. ■ Evaluación aplicada en el aprendizaje de las Matemáticas. ■ Informática aplicada para el aprendizaje de las Matemáticas.

Al menos “en el papel”, pareciera que en las universidades estatales, a excepción de la UCR, existen más cursos donde los contenidos que se desarrollan se dirigen, en parte, hacia la Enseñanza de la Matemática específicamente. Es importante destacar el hecho que en la UNA y el ITCR los cursos que se mencionan no pertenecen al área de matemática; éstos corresponden al área de educación o módulos. En la UCR, UAM y USJ son muy pocos los cursos donde esto se presenta.

Las universidades privadas ofrecen el propósito de una relación explícita entre la formación docente universitaria y el currículo escolar al que va dirigida esa formación, mientras que las estatales no plantean relación entre las Matemáticas que enseñan y las que se van a enseñar en la secundaria.

La visión de la carrera que ofrecen las 4 universidades estatales es que sus graduados no solo podrían incorporarse a la docencia en la educación secundaria sino también en los primeros años de la educación superior. Esto explica en parte la existencia de más contenidos de matemáticas en las primeras. No obstante, debe señalarse que más del 95 por ciento de los graduados de las universidades estatales laboran en la educación secundaria. El foco de las privadas es la educación secundaria.

Un reducido espacio de la investigación es una debilidad de las universidades privadas estudiadas. No obstante, el lugar que brindan las universidades



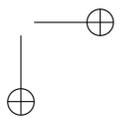
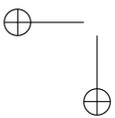
estatales a la investigación es muy pequeño comparado con las perspectivas internacionales y del escenario histórico que vivimos.

El lugar de las tecnologías digitales como recurso didáctico en la enseñanza de las Matemáticas es mayor en las estatales que en la UAM y la USJ, pero no alcanza en las primeras el lugar que deberían de acuerdo a las experiencias internacionales (salvo en el ITCR por su énfasis curricular particular).

Si bien los currículos de las universidades estatales y privadas exhiben debilidades en cuanto al uso de competencias, definiciones de perfiles profesionales, consistencia entre fundamentos y malla curricular, etc., en general las universidades estatales ofrecen mayor sustento intelectual en los fundamentos de sus currículos (invocan algunos principios, teorías y perspectivas).

La mediación pedagógica en las estatales aparece en todos los cursos de educación, no así en las privadas. Formación continua no aparece en ninguna privada, y de las estatales solo se menciona en la UCR. En relación con el resto de políticas educativas mencionadas, la malla curricular de las universidades privadas contiene más menciones explícitas que las universidades estatales, lo que revela que hubo una voluntad expresa por incluirlas.

La formación posterior al bachillerato para obtener la licenciatura en la UAM, UCR, UNA, ITCR es semejante en cuanto al número de cursos: 9 en la UNA, 8 en la UCR, 8 en el ITCR y 10 en la UAM. Sin embargo, la UNA requiere de año y medio adicional al bachillerato (tres semestres), la UCR y la UAM un año más. Por otra parte, adicional a los cursos, en la UCR, la UNA y el ITCR debe realizarse un trabajo de graduación (tesis o seminario); en cambio en la UAM la graduación se da con la presentación del informe final del curso *Seminario de Investigación II*. Esto significa que el trabajo de graduación en las tres universidades estatales es adicional al número de cursos señalado, mientras que en la UAM es parte de ellos. En la UCR, UNA y UAM se ofrecen cuatro cursos adicionales de matemáticas que complementan la formación recibida en el bachillerato; dado que en este nivel hay diferencias en la formación, se presentan también diferencias en cuanto a la temática de los cursos propios de la licenciatura. En el ITCR se incluyen dos de matemática y dos de computación, además de *Historia de la Matemática*. En la UCR, UNA y UAM se ofrecen 3 cursos en el área específicamente pedagógica (2 en el ITCR), además de los cursos y seminarios de investigación que preparan para el trabajo final.



En cuanto a la bibliografía que consignan estos currículos, tanto universidades estatales como privadas no poseen referencias muy actualizadas, ni acuden mucho a artículos de revistas especializadas o referencias en Internet. Además, el espacio destinado a la pedagogía específica de las Matemáticas o a la Educación Matemática es reducido; esto es consistente con los fundamentos y otras dimensiones que exhiben estos programas.

Recuadro 9.1

UNIVERSIDADES ESTATALES Y PRIVADAS: *PERSPECTIVAS GENERALES*

Problemas de calidad y eficacia están ampliamente diseminados en las universidades privadas pero, también, han estado presentes en las públicas, aunque de diferente forma. La masificación de la educación superior en los años 70 condujo a un debilitamiento en las exigencias académicas en todos los niveles universitarios (docentes, estudiantes y administrativos). En el caso de la UCR, por ejemplo, fue un factor para restringir por años un mejor progreso de la investigación y el posgrado. Y a lo anterior debe añadirse la influencia de “vicios” “cogestionarios” en los procesos de decisión y gobierno que conspiraron contra la excelencia académica. Tuvieron que pasar muchos años para que la universidad pública introdujera acciones correctivas y, precisamente, es en ese contexto donde está todavía (la evolución de estas acciones ha sido diferente en cada universidad). Pero, reconocido esto, que debe confrontarse, se debe poseer un juicio apropiado. En cuanto a la formación profesional: globalmente, las universidades públicas ofrecen una calidad suficientemente buena para el mercado profesional nacional. No quiere decir que no haya carreras con debilidades o, incluso, ofertas académicas donde algunas universidades privadas las superan en calidad y pertinencia profesionales. Pero son excepciones. Normalmente, para los graduados de las universidades públicas sus grados son superiores a los que requieren en sus empleos y no les representan ascensos en sus trabajos (aunque sí mejores salarios).

El mercado ha ofrecido un espacio real y necesario de cubrir para muchas universidades privadas. Pero no se puede perder de vista que, de cara al futuro, el nuevo contexto replanteará las coordenadas de calidad y pertinencia profesionales, y se apuntalarán mayores exigencias, mejor adecuación a la realidad, más flexibilidad formativa. Aunque nichos laborales de menores

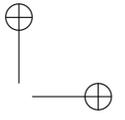
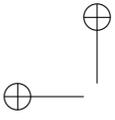
Recuadro 9.1. Continuación

requisitos formativos van a seguir existiendo, otras demandas ya están planteadas: un espacio más competitivo. Si bien las universidades públicas por ahora están mejor preparadas para asumir estos retos, no se debe excluir la presencia de las universidades privadas que demuestren calidad académica y pertinencia social. De la misma manera, y a pesar de la presión existente por debilitar la exigencia académica para los estudiantes, la universidad pública debe preservar y mejorar ésta de acuerdo a la realidad nacional, pero, cada vez más, con parámetros y estándares internacionales. Por supuesto, no será posible ampliar las demandas a los estudiantes sin que las universidades públicas otorguen mayores y mejores servicios de orientación académica, procesos administrativos (matrícula, graduación, etc.), de apoyo en bibliotecas, computadoras, Internet, y, especialmente, de la calidad de la formación en docencia y en la eficacia y competitividad de los estudios que ofrece cada institución. Todas las universidades públicas han realizado acciones en esta dirección. Con relación a los estudiantes, los modelos de atención se han mejorado. Pero falta mucho que hacer.

El problema de fondo que se plantea para las universidades públicas es cómo responder a las nuevas exigencias de calidad con parámetros internacionales, replantear sus quehaceres académicos y, a la vez, en todas ellas: ¿cómo resolver sus problemas en cuanto a la eficiencia? Si bien ineficiencia no es sinónimo de ineficacia y de ausencia de calidad, a la larga, de no resolver la universidad pública, especialmente en algunas, sus problemas en el manejo de los recursos, esto puede conspirar contra su eficacia y el progreso de su calidad académica.

Sería equivocado prever un escenario reducido a mala calidad en las privadas y buena calidad en las estatales. Esto que no se da ni siquiera ahora (repetimos: hay universidades privadas que exhiben calidad), mucho menos se puede asumir como una premisa del futuro. En general, en todos los países hay universidades privadas buenas o malas, como estatales buenas o malas. En la educación superior, el carácter de “privado” no es sinónimo de mala calidad como tampoco lo es “estatal” de buena calidad. Pero para que las privadas puedan mejorar su calidad, así como las estatales ocupen el lugar que se requiere, la sociedad debe dotarse de mecanismos apropiados de regulación y control.

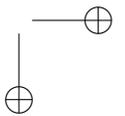
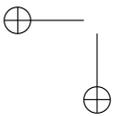
Ruiz, A. (2001). *La educación superior en Costa Rica*. San José, Costa Rica: EUCR, CONARE.

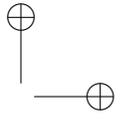
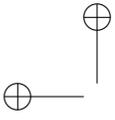


DIAGNÓSTICO GENERAL

Costa Rica ofrece varios planes de formación docente en la Educación Matemática, que han logrado aportar una importante colección de profesionales en esta disciplina fundamental para ayudar a potenciar el progreso nacional. Las universidades estatales hasta ahora han graduado el porcentaje más grande de ese contingente que hoy realiza su práctica en las aulas de nuestro sistema educativo. Este aporte, con sus virtudes y defectos, debe reconocerlo y agradecerlo el país. Las universidades privadas, al mismo tiempo, han empezado a ocupar en los últimos años un lugar en esos planes formativos, cuya dinámica es cada día más intensa y creciente. Entre los dos tipos de institución se aporta un número muy amplio de profesionales.

En el caso de las universidades estatales, las características curriculares de estos planes de estudio se entienden, en buena medida, en una historia precisa nacional que arranca con la creación del Departamento y Escuela de Matemática de la UCR en los años 70 del pasado siglo. Muchos de los fundamentos ideológicos (incluyendo visiones equivocadas) de todos los planes de estudio se aportaron en esa época: hay una relación casi directa entre los planes de estudio de la UCR, UNED y el ITCR en cuanto a su forma de concebir las Matemáticas y la enseñanza de esta disciplina. Es natural, la UCR produjo la gran mayoría de profesionales matemáticos que hoy actúan en estas instituciones. No obstante, las diferencias también se han dado, en el caso del ITCR en gran medida por haber adoptado un énfasis tecnológico que provoca transformaciones en los otros componentes curriculares. Y en el caso de la UNA que, aunque abrazando mucho del modelo de la UCR, asumió hasta cierto punto percepciones y orientaciones distintas debido a su origen histórico (que incorporó las pulsiones pedagógicas de la Escuela Normal Superior y de los propósitos pedagógicos de la UNA como institución). Se transmitieron en todos estos planes aspectos como la separación entre pedagogía y matemática, ausencia de pedagogía específica de las Matemáticas, una matemática inapropiada para el estudiante de Enseñanza de la Matemática (purista, cargada en muchos casos de exceso en formalismo), y una incompreensión del perfil profesional del educador matemático como independiente y distinto del matemático y establecido con base en una nueva disciplina científica.

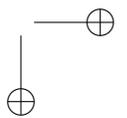
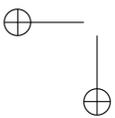


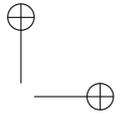
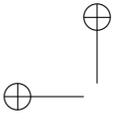


Las universidades privadas también se han visto influenciadas por esta historia nacional porque, en esencia, adoptaron casi todas sus estrategias y orientaciones de los currículos de las universidades estatales. No ha sido nuestro propósito aquí pero hay muchos elementos comunes en las mallas curriculares de las universidades privadas estudiadas y las de algunas estatales.

Podemos resumir las conclusiones más generales sobre los planes de formación docente en enseñanza de las Matemáticas:

- La fundamentación curricular en ambos tipos de institución, en general, exhibe demasiadas generalidad y abstracción, y por lo tanto hay poca precisión en la definición de los perfiles profesionales. La fundamentación más detallada la ofrece, sin embargo, la UNA.
- En estos currículos existe una gran separación entre pedagogía y matemática, lo que es una seria vulnerabilidad. Esta separación se explica por (y se afirma en) lo que es una de las principales debilidades de estos currículos: la presencia muy débil de competencias y conocimiento en pedagogía específica de las Matemáticas.
- Si bien se invocan competencias profesionales, su desarrollo es insuficiente, e incluso solo se hace en las fundamentaciones y no en la malla curricular. No existe diseño de los cursos por medio de competencias.
- Aunque las fundamentaciones curriculares muestran en ambos tipos de institución debilidad en elementos teóricos precisos (epistemológicos, históricos, etc.), las fundamentaciones de las estatales contienen, en general, más elementos teóricos que las privadas.
- Uno de los problemas más graves es la poca consistencia (en diferentes formas y grados según la institución considerada) entre los fundamentos y la malla curricular tanto en las privadas como en las estatales. En general, se hacen declaraciones generales y se asumen propósitos en las fundamentaciones que no se materializan en los cursos. En las privadas estudiadas el grado de generalidad de los fundamentos es tan grande que se vuelve casi imposible establecer una comparación con la malla curricular.
- Las políticas educativas oficiales participan poco en estos currículos (y eso que solo estudiamos las menciones), aunque su inclusión aparece más en las privadas estudiadas que en las estatales.

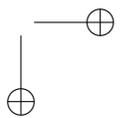
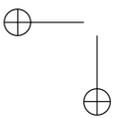




- Existe una debilidad de conexiones de todos estos currículos con las tendencias y resultados de las investigaciones recientes en la Educación Matemática internacional.
- Estas dos últimas consideraciones señalan que objetivos formativos en aprendizajes activos y colaborativos, resolución de problemas, generación de condiciones para la investigación y la formación continua, etc. son muy reducidos en los currículos estudiados.
- En estas instituciones estatales y privadas, el carácter de los cursos de matemática no corresponde plenamente a competencias profesionales específicas en la Educación Matemática (ya sea porque son concebidos como si fueran para matemáticos profesionales en las estatales, o porque poseen poco desarrollo teórico disciplinar en las privadas).
- En el mismo sentido, la ausencia de objetivos en pedagogía matemática específica y la extrema generalidad de los cursos educativos que se imparten tampoco contribuyen a la formación de profesionales con competencias específicas en la Educación Matemática.

Con las debilidades que exhiben universidades estatales y privadas en estos currículos, el tipo de profesional que se puede esperar egrese de estas instituciones no posee las condiciones óptimas para ejercer su profesión en el escenario histórico que vivimos.

Como hemos advertido en varias ocasiones en este trabajo: existe una distancia entre lo que está escrito en estos planes y la realidad práctica en el aula. Pensamos, sin embargo, que la distancia que existe no es la misma en cada institución. Por ejemplo, el currículo completo de la UCR fue tan difícil de obtener que podemos afirmar que no se usa como un instrumento para nutrir el quehacer cotidiano de la carrera. Por otra parte, la gran cantidad de contenidos que incluyen las universidades privadas a desarrollar en pocas horas lectivas, permite conjeturar que el currículo en el papel difícilmente corresponde a su práctica.



Recuadro 9.2**ACCIONES EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

Entrevista al Dr. Edwin Chaves, Director de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional.

¿De qué manera piensa usted que la formación que ofrece la carrera de Enseñanza de la Matemática se utiliza en la labor de aula por los docentes de secundaria? ¿Qué acciones realiza o debería emprender su unidad académica para que los egresados que generan y la carrera de Enseñanza de la Matemática que ofrecen posean mayor pertinencia social y calidad académica en el actual contexto histórico?

De acuerdo con los estudios que, en los últimos dos años hemos estado realizando, se ha podido establecer que existe un distanciamiento entre el proceso formativo de los profesores de Matemáticas con respecto a sus necesidades profesionales dentro del ámbito académico en que se estarían desarrollando. En el proceso formativo, por años, se ha insistido en una preparación matemática teórica, descuidando aspectos de aplicación, de uso de recursos tecnológicos modernos y de vinculación con los planes de estudio magisteriales. Pero también, desde el punto de vista pedagógico, su preparación se ha enfocado hacia propiedades muy generales de la educación, inclusive en aquellos aspectos donde se debía haber particularizado más, como son las estrategias didácticas, evaluativas y de currículo. Esta situación ha provocado que los profesores que se han estado formando, se gradúan con un perfil que no es el idóneo, debido a que la integración de los aspectos matemáticos y pedagógicos, han quedado bajo su responsabilidad y esta labor deben realizarla directamente en el aula. Este divorcio entre Matemáticas y Pedagogía, ha provocado serios problemas en el desenvolvimiento profesional de los docentes.

Ante esta situación, en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, estamos realizando, en estos momentos, un replanteamiento del Plan de Estudios de nuestra carrera, de manera que los problemas de formación que se han apuntado anteriormente, puedan ser solventados. Esto implica un rompimiento con el patrón tradicional de formación de educadores en esta área, por lo que el proceso es complejo y delicado. Pero consideramos que es nuestra obligación ofrecer, al estudiante de esta carrera, una preparación coherente con las necesidades del trabajo que va a realizar en su actividad profesional.

Recuadro 9.2. Continuación

¿Cómo afectó o afecta el proceso de acreditación de la carrera de Enseñanza de la Matemática en su institución en su desarrollo y en las perspectivas de mejoramiento de la misma? ¿Ventajas y desventajas de ese proceso?

La acreditación de la Carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática, ha permitido lograr un mayor estatus a nivel nacional con respecto al resto de carreras en esta línea. Tanto que a nuestros graduados, se les otorgan puntos adicionales en el Servicio Civil, por haber sido formados en una carrera que cumple con este requisito. Nuestros estudiantes se sienten respaldados en su proceso formativo debido a que la carrera ha pasado por un proceso de control de calidad, de las diferentes acciones relacionadas con su proceso formativo. También, gracias a este logro, ha sido posible conseguir mayor financiamiento para las diferentes actividades que realiza la Escuela. De esta manera, se ha incrementado el presupuesto de operación, contamos con nuestro propio laboratorio de informática, se ha podido ampliar el recurso tecnológico para la labor docente, administrativa, así como para los diferentes proyectos que se realizan. En estos momentos estamos negociando una remodelación completa del área de oficinas tanto administrativas como de los cubículos de los docentes y ha sido posible ampliar el recurso administrativo de la unidad. No obstante, el principal aporte ha sido el de reconocer nuestras limitaciones y nos ha obligado a establecer acciones de mejoramiento del trabajo que se había venido realizando.

¿Cuál piensa usted que ha sido el impacto en la educación matemática nacional de la oferta por parte de las universidades privadas de carreras de enseñanza de la Matemática?

Desde mi punto de vista, uno de los golpes bajos que se le ha dado a la Educación Nacional del país, consistió en permitir que muchas universidades privadas incursionaran en el campo de formación de educadores sin tener las condiciones mínimas para realizar dicha labor; entre ellas rescato la carencia de recurso humano calificado, ausencia de procesos de investigación y extensión, y poco compromiso con las necesidades de desarrollo del país. Donde, particularmente, siento que, en muchas de ellas, el interés económico priva sobre la academia y la calidad profesional. Tanto que un estudiante puede obtener un título de grado o hasta un de posgrado, en un tiempo muy cuestionable según estándares nacionales e internacionales. Particularmente, en el campo de la Educación Matemática, hemos podido ver con asombro como, la cantidad de graduados por año está superando a los graduados de universidades estatales. Esta situación es paradójica, debido a que las universidades estatales cuentan con una historia superior a treinta años en el campo, con profesionales de planta del más alto nivel

Recuadro 9.2. Continuación

en los campos requeridos, proyectos de investigación y la extensión dirigidos a la Educación Matemática, tendientes a propiciar cambios significativos en la disciplina. La ausencia de evaluaciones periódicas en los procesos de formación de profesionales en todas las áreas (tanto privado como público) ha provocado una competencia desleal. Quizá el principal problema radica en la falta de capacidad del ente empleador, específicamente el MEP, para discriminar la contratación de profesores de acuerdo con estándares de calidad. Esto se debe a que el sistema de contratación se fundamenta en el título y no en los conocimientos para realizar una buena labor en el puesto. Esto ha provocado, que graduados de universidades privadas, los cuales adquieren un título de grado o posgrado en muy poco tiempo, tengan ventaja sobre aquellos docentes que requieren procesos más prologados y rigurosos.

Todo lo anterior desemboca en la presencia de docentes en los diferentes campos del sistema educativo, que no poseen el conocimiento básico para preparar a nuestros jóvenes y crea un círculo vicioso que está dando al traste con la educación del país. Cada vez tenemos más problemas con el “conocimiento” que traen los jóvenes que ingresan a las universidades, esto implica la necesidad de generar procesos de nivelación sobre tópicos elementales, propicia un debilitamiento de los programas universitarios, por lo que el profesional sale al mercado laboral cada vez menos preparado y el círculo continúa, lo que nos lleva a una crisis sin precedentes en materia educativa. Si no se toman decisiones urgentes, pronto tocaremos fondo y nuestro sistema educativo será comparable con aquellos del más bajo nivel en el ámbito internacional. Aunque no toda la culpa es de las universidades privadas, ellas han contribuido fuertemente al debilitamiento de la calidad de los profesionales que se forman en el país.

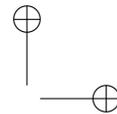
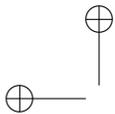
La conclusión más general: los problemas que exhiben la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el país no se podrán enfrentar si los planes de formación que ofrecen las universidades estatales y privadas no mejoran.

Es necesario reconocer que algunas universidades hacen esfuerzos por enfrentar estas debilidades y se debe consignar su voluntad manifiesta para ello. La UNA, UNED y el ITCR realizaron en los pasados años sendos procesos de autoevaluación y acreditación. Como parte de este proceso, la UNED, por ejemplo, sustituye varios de los cursos de educación. La Escuela de Matemática de la UNA, desde el año 2001, ha vivido un proceso de transformación de su claustro y sus perspectivas académicas con base en el

fortalecimiento de la investigación educativa y la gestión institucional, y, con apoyo en la acreditación, se han emprendido reformas en el uso de tecnologías, en la mediación pedagógica, y se esperan acciones de renovación curricular muy importantes en esa universidad que, debe subrayarse, ha sido la que más profesionales ha aportado al país. El ITCR realizó un proceso de autoevaluación a los 5 años de la creación del programa de Enseñanza de la Matemática asistida por computadora, que generó modificaciones curriculares, y en el 2008 logró la acreditación de su carrera. La UCR también, desde el 2007, gracias a un nuevo equipo de dirección en la Escuela de Matemática, desarrolla un proceso de “poner orden” y de realizar una autoevaluación, cuyo derrotero positivo sería muy importante para la Enseñanza de la Matemática, porque se trata de la institución universitaria con mayores recursos.

Algunas de las voluntades de las universidades estatales dirigidas hacia la búsqueda de afrontar los problemas de la enseñanza de las Matemáticas en el país, y a cubrir algunas deficiencias en la formación inicial, se expresan también en la gestión, realización o apoyo de eventos académicos en el país con gran continuidad e impacto: los *Congresos Internacionales en Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computadora* (www.cidse.itcr.ac.cr/ciemaac), los *Festivales Internacionales de Matemáticas* (<http://www.cientec.or.cr/matematica/festival.htm>), los *Encuentros Internacionales de Enseñanza de la Matemática*, los *Simposios Costarricenses sobre Matemáticas Ciencias y Sociedad* (<http://www.cimm.ucr.ac.cr/simposios>).

En los pasados años, también, se han generado relevantes investigaciones en Educación Matemática que involucran recientemente a la UCR, UNA y UNED (reflejadas en publicaciones disponibles en la Internet: www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos): en el año 2007, se fundó un *Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática* que busca coordinar los esfuerzos de estas instituciones en la Educación Matemática. Se espera que sus resultados puedan potenciar cambios importantes en los currículos de enseñanza de las Matemáticas en algunas de estas instituciones.

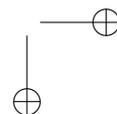
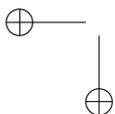


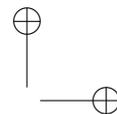
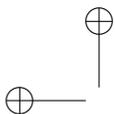
Capítulo 10

REPENSAR EL CURRÍCULO DE FORMACIÓN DOCENTE EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Podemos invocar una opinión vertida, en el año 2005, por dos especialistas en Educación Matemática sobre la formación de profesores en Enseñanza de la Matemática:

Nos encontramos con la inexistencia de un plan de formación de profesores de matemáticas de secundaria que sea algo más que un conjunto desarticulado de consideraciones pedagógicas, retóricas y generales. La ausencia de un plan de formación de profesores que contemple los nuevos avances sobre el currículo de matemáticas, la incorporación de nuevas tecnologías y los procesos de aprendizaje basados en competencias, dificultan la tarea del profesorado, que carece de modelos claros de planificación y desarrollo de unidades didácticas basadas en un análisis didáctico fundado. Mientras no se aborden de manera rigurosa los planes de formación (inicial,



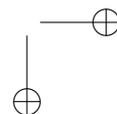
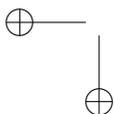


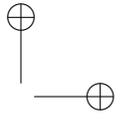
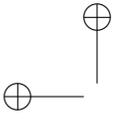
continua) de profesores de matemáticas, con su especificidad profesional, el fracaso escolar en secundaria estará garantizado.

Las afirmaciones son fuertes y parecen retratar bastante bien lo que hemos encontrado en la realidad de nuestros planes de formación en las universidades costarricenses. Sin embargo, esta cita no refiere a Costa Rica, ni siquiera a un país centroamericano. La cita refiere a España y es la opinión de dos reconocidos académicos españoles: Luis Rico y Tomás Recio (2005). Esto nos indica que el asunto de la formación docente en esta disciplina es un tema complejo y de actualidad en el mundo.

Las universidades costarricenses, públicas y privadas, deberán repensar sus currículos para la formación docente en la enseñanza de las Matemáticas, por lo menos, con base en los siguientes elementos que subraya la experiencia nacional y la internacional en la Educación Matemática:

- Asumir las competencias profesionales como un vector que debe dirigir los diferentes elementos en la construcción curricular (en particular el conocimiento a suministrar en el educador matemático) dentro de una perspectiva que integre armónicamente los intereses de la academia, la sociedad y los usuarios (estudiantes en diversos niveles).
- Proporcionar conocimientos matemáticos apropiados pero interrelacionados estrechamente con las “matemáticas a enseñar” dentro de una visión de las Matemáticas que, además de los aspectos formales y demostrativos, enfatice sus aplicaciones, utilidad, y contextualización (empírica, histórica y sociocultural) de las mismas.
- Fuerte introducción como componentes cruciales del currículo de los conocimientos pedagógicos de las Matemáticas, dentro de un equilibrio de todos los componentes cognoscitivos del currículo; en particular, introducir los siguientes temas: Teorías del aprendizaje matemático, Cognición y matemáticas, Creencias en matemáticas, Currículo matemático, Didácticas y gestión de las Matemáticas, Evaluación matemática e Investigación en Educación Matemática.
- Énfasis en una enseñanza a través de la resolución de problemas y situaciones de aprendizaje tanto para la práctica profesional del educador como en la formación que recibe, una perspectiva que asume un énfasis





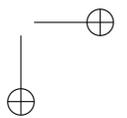
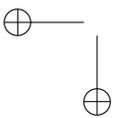
en la comprensión de los conceptos y no en el aprendizaje memorístico de procedimientos.

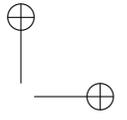
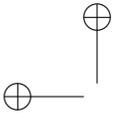
- Incorporación de la investigación dentro del currículo de una manera transversal efectiva especialmente en los cursos de matemáticas.
- Fortalecimiento de capacidades y establecimiento de mecanismos internos en la formación inicial para generar capacidades que permitan la formación continua.
- Incorporación fuerte de las tecnologías digitales y construcción de un currículo apropiado en todas las instituciones con base en el significado y uso adecuado de estas tecnologías en la Enseñanza de la Matemática;
- Apertura y flexibilidad curriculares para la incorporación de resultados de investigación presentes en la Educación Matemática internacional.
- Un currículo basado en el principio de que es más importante la profundidad que la amplitud de los temas a incorporar, con la perspectiva edificante de mejorar el aprendizaje efectivo.
- Una relación estrecha no solo con los principios de la política educativa nacional, sino con todas las instituciones que poseen la responsabilidad práctica en la Educación Matemática del país.

Algunas de estas acciones requerirían de las universidades una mayor investigación y formación en las áreas cognoscitivas de la Educación Matemática de acuerdo a los resultados que existen en el nivel internacional.

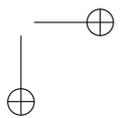
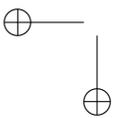
En todo este asunto, finalmente, es necesario comprender que existe un componente sociocultural importante: las expectativas que poseen las personas sobre lo que les proporcionará la enseñanza de las Matemáticas. Mucho se ha hablado de la “matefobia” que coloca a los niños y jóvenes a la defensiva antes incluso de empezar su formación en matemáticas en nuestra escuelas y colegios. El compromiso por cambiar esta percepción también debería nutrir los planes de formación docente en la disciplina.

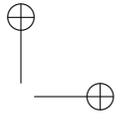
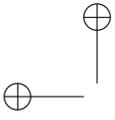
Si se desea avanzar más en el diagnóstico y en los fundamentos para el diseño de políticas educativas en la enseñanza de las Matemáticas, hay varias dimensiones que deberán abordarse en los próximos años y ser objetos de nuevas investigaciones rigurosas:





- Estudio de las condiciones prácticas de la formación docente de la enseñanza de las Matemáticas en las universidades costarricenses (labor de aula, orientaciones y filosofías presentes, condiciones socioacadémicas de los claustros y de los estudiantes, relación de la práctica con los currículos, características de la evaluación, características de la bibliografía, etc.).
- Elaboración precisa de propuestas curriculares de formación docente en la enseñanza de las Matemáticas con base en los elementos que hemos consignado en este trabajo: invocación de más comparaciones internacionales y mayor profundidad en cuanto a los hallazgos presentes en la Educación Matemática internacional, y, algo muy importante también, expectativas e influjos de diversos sectores de la sociedad interesados en la enseñanza de las matemáticas (estudiantes, educadores en servicio, autoridades, empleadores, etc.).
- Estudio de las condiciones, las políticas y acciones académicas y sociolaborales para el diseño de una formación continua moderna y adecuada en la Enseñanza de la Matemática, construida desde la formación inicial en las universidades (análisis de experiencias internacionales y nacionales exitosas).
- Estudio de las relaciones entre formación docente en la enseñanza de las Matemáticas, las políticas educativas y los programas oficiales y la práctica en las aulas en la secundaria costarricense y diseño de orientaciones educativas para potenciar la coherencia académica y pedagógica de estas 3 dimensiones en la Enseñanza de la Matemática.
- Estudio exhaustivo de los programas de estudio de matemáticas en la enseñanza media costarricense: diagnóstico y perspectivas. Se debe analizar pertinencia, calidad y equidad en los currículos de la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas en el escenario histórico que atravesamos.
- Investigación en profundidad para establecer un diagnóstico de la situación nacional en el uso de tecnologías digitales en la formación docente en la enseñanza de las Matemáticas y el currículo escolar de la secundaria, y el establecimiento de políticas y acciones que permitan su potenciación y uso adecuado.
- Estudio de los hallazgos principales en el nivel internacional en la evaluación en matemáticas y diseño de políticas generales para su





desarrollo a lo largo de todo el sistema educativo costarricense.

- Estudio sobre la *sociocultura* de las Matemáticas y las percepciones y creencias sobre éstas que influyen en los procesos educativos y establecimiento de políticas integrales para potenciar su aprendizaje.

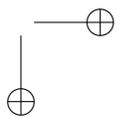
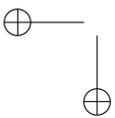
Además, dada la naturaleza sistémica de la problemática de la Enseñanza de la Matemática:

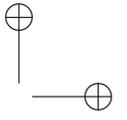
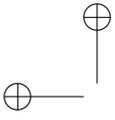
- Todos estos temas deberán abordarse a la par de un estudio semejante completo sobre la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas en la educación primaria, para poder ofrecer políticas y líneas de acción en este nivel educativo y de una manera integral para toda la educación nacional.

Queda en la agenda algo crucial: la definición precisa de una *política educativa nacional en las Matemáticas y su enseñanza aprendizaje* para los siguientes 25 años, que oriente y nutra todos los planes y las acciones que se realicen.

Podemos concluir con lo que decíamos hace varios años:

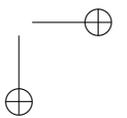
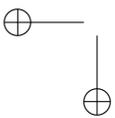
... lo más importante es mejorar radicalmente las condiciones y quehaceres académicos y profesionales de los educadores matemáticos del país. Es el recurso humano el que puede dar integración a todos los otros componentes de la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. Ningún plan, ningún recurso tecnológico, ninguna estrategia evaluativa, nada funcionará apropiadamente sin calidad en la formación profesional y en las condiciones académicas y colectivas para su desarrollo. Es aquí donde el país deberá invertir con mayor fuerza si desea abordar esta problemática educativa con seriedad y lucidez. Avanzar en esta dirección supone entre otras cosas: aumentar el nivel, la calidad y pertinencia de los procesos de formación dados en las diferentes universidades públicas y privadas (es decir, asegurar calidad en primer lugar, y realizar reformas importantes y énfasis modernos y adecuados en los programas de formación existentes en las universidades); un sistema estatal de contratación de educadores de calidad con base en estímulos y exigencias profesionales académicos; aumentar los

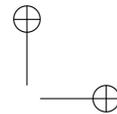
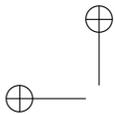




procesos de coordinación, planeamiento, organización detallada de las lecciones, revisión y análisis de resultados, todo dentro de la jornada laboral de los profesores; establecer y sostener una capacitación permanente de los profesores en servicio (a través de talleres, seminarios, cursos, usando a fondo las posibilidades de la red Internet, etc.); introducción de la investigación educativa como materia usual permanente en el quehacer profesional; generar amplios recursos materiales para nutrir los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula (especialmente los tecnológicos); y el fortalecimiento como comunidad académica que se reconoce a sí misma de los profesores de matemáticas (reuniones académicas, organización y comunicación a través de los nuevos instrumentos que existen en el escenario que vivimos). Algunas de estas acciones son responsabilidad de las universidades, otras del gobierno, y otras de los individuos. Podemos asegurar que existe una relación directamente proporcional entre calidad de formación y capacitación recibida y los resultados en el proceso de aprendizaje enseñanza; esto es lo que abre posibilidades para la reforma y la actualización cognoscitiva de la Educación Matemática, es lo que permitiría avanzar en todas las otras variables que afectan a la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. (Ruiz, Chavarría y Mora (2003)).

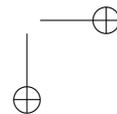
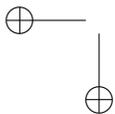
Aunque el peso de los programas de formación en el número de los graduados en Enseñanza de la Matemática generados por las universidades privadas es y será cada vez mayor, los currículos de las universidades públicas son todavía la principal referencia en la formación docente en esta disciplina en el país, tanto por la mayor elaboración teórica presente en los mismos, la dominancia nacional de sus visiones académicas (correctas o incorrectas) y su peso en la legión de educadores matemáticos que posee. Mucho del destino de esta disciplina dependerá de lo que estas instituciones hagan en el futuro.

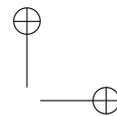




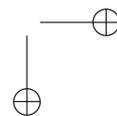
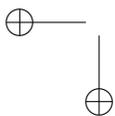
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Adolio, N.; González, C. y González, F. (1995). Una nueva Escuela en una nueva Universidad. En A. Ruiz (Ed.), *Historia de las Matemáticas en Costa Rica*. San José: EUCR, EUNA.
- Amit, M. & Fried M. (2002). Research, Reform and Times of Change. En English, L. D. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 355-382). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbawm Associates.
- Arias, F. (2005). *Propuesta para orientar el proceso de construcción y definición del perfil profesional fundamentado en competencias para el plan de estudios de Bachillerato en enseñanza de la matemática de la Universidad de Costa Rica*. Tesis para optar al grado de Magíster en Planificación Curricular. San José, Costa Rica. Universidad de Costa Rica.
- Astorga, A., Morales, M. y Rodríguez, J. (1991), *La Enseñanza de la Matemática en el Instituto Tecnológico de Costa Rica*. Trabajo de Graduación para optar por el título de Licenciado en la Enseñanza de la Matemática, Universidad de Costa Rica.
- Barrantes, H. & Ruiz, A. (1995). La carrera de enseñanza en la Universidad de Costa Rica. En A. Ruiz (Ed.), *Historia de las Matemáticas en Costa Rica*. San José: EUCR, EUNA.
- Barrantes, H. & Ruiz, A. (1998). *The History of the Inter American Committee of Mathematics Education*. Bogotá, Colombia: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

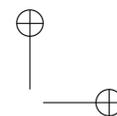




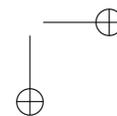
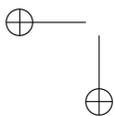
- Barrantes, H. (2003). Formación del profesorado en matemáticas en Costa Rica: balance y perspectivas. *Uniciencia*, 20 (1), 77–88.
- Becker, J. & Shimada, S. (Eds.) (2005). *The Open-Ended Approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Beneitone, P.; Esquetini, C.; González, J.; Maletá, M. M.; Siufi, G. & Wagenaar, R. (2007). *Reflexiones y perspectivas de la educación Superior en América Latina (informe Final –Proyecto Tuning- América Latina, 2004-2005)*. Bilbao, España: Universidad de Deusto, Universidad de Groningen.
- Bottino, R. & Chiappini, G. (2002). Advanced Technology and Learning Environments: Their Relationships Within the Arithmetic Problem Solving Domain. En English, L. D. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 757-786). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bransford, J. D.; Brown, A. L. & Cocking, R. R. (Eds.) (2000). *How people learn. Brain, Mind, experience, and School*. Washington D. C., USA: National Academy Press.
- Chapin, S. H. & O’Connor, C. (2007). Academically Productive Talk: Supporting Students’ Learning in Mathematics. En W. G. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliot (Eds), *The Learning of Mathematics (Sixty-ninth Yearbook)*, (pp. 113-128), Reston, VA, EUA: NCTM.
- Chaves, E. (2003a). Debilidades en los programas que forman docentes en Educación Matemática. *Uniciencia*, 20 (1), 89–103, UNA.
- Chaves, E. (2003b). Las Regiones Educativas de Costa Rica: Semejanzas y diferencias a nivel de Enseñanza Media, *Uniciencia*, 20 (1), UNA.
- Chaves, E. (2007). *Inconstancia entre los programas de estudio y la realidad en el aula en la enseñanza de la estadística de secundaria*. Costa Rica: UNED. Tesis de grado para obtener el doctorado en educación.
- Choppin, J. (2007). Engaging Students in Collaborative Discussions: Developing Teachers’ Expertise. En Martin, W. G.; Strutchens, M. E., & Elliot, P. C. (Eds.). *The Learning of Mathematics (Sixty-ninth Yearbook)*, (pp. 129-139), Reston, VA, EUA: NCTM.

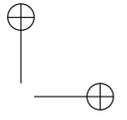
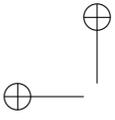


- Clarke, D; Emanuelsson, J.; Jablonka, E. & Mok, I. A. C. (Eds.). (2006). *Making Connections. Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Consejo Nacional de Rectores, CONARE-OPES (1991). *Propuesta de las instituciones de educación superior estatal UCR, UNA, UNED para la formación de educadores*. San José, Costa Rica: autor.
- Consejo Nacional de Rectores, CONARE-OPES (2004). Convenio para crear una nomenclatura de grados y títulos de la educación superior universitaria estatal, San José, Costa Rica: CONARE, OPES. En línea en: http://opes.conare.ac.cr/pdf/convenios/convenio_nomenclatura.pdf
- Consejo Nacional de Rectores, CONARE-OPES (2005). *Evaluación de plan de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica*, San José, Costa Rica: autor.
- Consejo Superior de Educación (1994). *La Política Educativa hacia el Siglo XXI*. San José, Costa Rica. Extraído el 4 de mayo de 2007 desde <http://www.mep.go.cr/DescargasHTML/PlaneamientoEducativo/politicaeducativasigloXXI.pdf>
- Contreras, I. (2002). *La Educación Matemática en la escuela secundaria: mecanismos de resistencia a un modelo agotado* (avance de resultados del proyecto de investigación 724-97-347). San José, Costa Rica: Universidad de Costa Rica.
- Fennema, E. & Loef Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. En D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Gamboa, R. (2007). Entrevista personal. Gamboa ha sido coordinador de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA en el periodo 2007-2009.
- Gámez, U. (1993). XX aniversario de la Universidad Nacional. *UNA-Inforna*. Enero-febrero.
- Gauvain, M. & Rogoff, B. (1989). Social influences on the development of planning in advance and during action. *International Journal of Behavioral Development*, 15, 377-398.

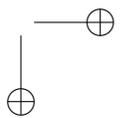
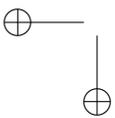


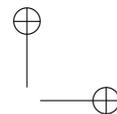
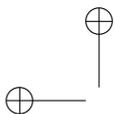
- González, J. & Wagenaar, R. (2005). *Tuning Educational Structures in Europe II. Universities' contribution to the Bologna process*. University of Deusto, University of Groningen.
- González, J.; Wagenaar, R. y Beneitone, P. (2004). *Revista Iberoamericana de Educación*, N° 35 (2004), pp. 151-164
- Heid, M. K. (2005), Technology in Mathematics Education: Tapping into Visions of the Future. En W. Masalski y P. Elliot (Eds.), *Technology-Supported Mathematics Learning Environments*, Reston VA: NCTM.
- Hershkowitz, R.; Dreyfus, T.; Ben-Zvi, D.; Friedlander, A.; Hadas, N.; Resnick, T.; Tabash, M. & Schwarz, B. (2002). Mathematics Curriculum Development for Computerized Environments: A Designer-Researcher-Teacher-Learner activity. En Lyn D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 657-694). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Instituto Tecnológico de Costa Rica (2004). *Plan de estudios de la carrera de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora*. Cartago, Costa Rica: Autor.
- Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T. (2007) (Eds.). *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Kruger, A. C. (1992). The effect of peer and adult-child transactive discussions on moral reasoning. *Merrill-Palmer Quarterly*, 38, 191-211.
- Lambdin, D. V. & Walcott, C. (2007). Changes through the Years: Connections between Psychological Learning Theories and the School Mathematics Curriculum. En W. G. Martin, M. E. Strutchens, P. C. Elliot (Eds.), *The Learning of Mathematics (Sixty-ninth Yearbook)*, (pp. 3-26), Reston, VA, EUA: NCTM.
- Lesh, R. & Lovitts, B. (2000). Research agendas: Identifying priority problems, and developing useful theoretical perspectives. En Kelly, A. & Lesh, R. (Eds.), *Handbook of Research design in Mathematics and Science Education* (pp. 45-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Maurer, S. B. (2000). College entrance mathematics in the year 2000 – What came true? *Mathematics Teacher*, 93, 455-459.



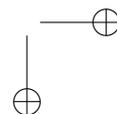
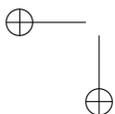


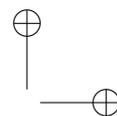
- Ministerio de Educación Pública (2005a). *Programas de Estudio, Matemática, III Ciclo*. San José: Autor.
- Ministerio de Educación Pública (2005b). *Programas de Estudio, Matemática, Educación diversificada*. San José: Autor.
- Mora, J. (1993). La Universidad Nacional a dos décadas de su creación. *UNA-Inforna*, enero-febrero. 1993.
- National Research Council of the United States, NRC (2003). *How students learn: History, math and science in the classroom*. Washington, DC: National Academy Press.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational studies in Mathematics*, 40, 1-24.
- Niss, M. (2000). Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education. Presentación plenaria en el *IX International Congress of Mathematics Education* en Japón. Una versión en línea se encuentra en: <http://maths.creteil.iufm.fr/Recherche/icme/MORGEN.htm> (página visitada el 28 de abril del 2007).
- Niss, M. (2002). Mathematical competences and the learning of mathematics: the Danish KOM Project. IMFUFA, Roskilde University, Dinamarca. Versión en línea en página visitada 26 de mayo del 2007: http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf
- Niss, M. (2003a). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies, versión en línea en http://www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf
- Niss, M. (2003b). The need for reform: Perspectives on the result of education students' competence in mathematics. En Carter, J, Eriksen K., Horst S., Troelsen R. (2003). *If reform of science education is the answer – what were the questions?* Copenhagen, Dinamarca: Centre for Science Education, University of Copenhagen, setiembre.
- Núñez, B. (1974). *Hacia la Universidad Necesaria*. UNA.
- Olkin, I. & Schoenfeld, A. (1994). A discussion of Bruce Reznick's chapter. In A. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving*. (pp. 39-51). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.



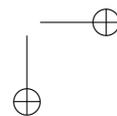
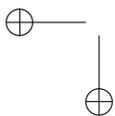


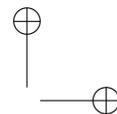
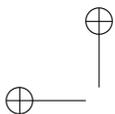
- Pólya, G. (1945; 2nd edition, 1957). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning* (Volume 1, *Induction and analogy in mathematics*; Volume 2, *Patterns of plausible inference*). Princeton: Princeton University Press.
- Recio, T. (2004). Seminario: “Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas. Documento de Conclusiones y Propuestas. En *La Gaceta de Real Sociedad de Matemáticas de España*. Vol. 7.1, pp. 33-36.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria, *Profesorado. Revista de Currículo y Formación de Profesorado*, España: año/vol 8, número 001.
- Roschelle, J.; Kaput, J. & Stroup, W. (2000). SimCalc. Accelerating student’s engagement with the mathematics of change. En M. J. Jacobson y R. B. Kozma (Eds.), *Innovations in science and mathematics education: Advanced designs for technology of learning* (pp. 47-75). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rosenshine, B. & Meister, C. (1994). Reciprocal teaching: A review of the research. *Review of Educational Research*, 64, 479-530.
- Ruiz, A. & Barrantes, H. (1994). La reforma curricular de la enseñanza de las matemáticas en la Universidad de Costa Rica. En *Memoria Octava Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en Matemática Educativa*. Editores Thais Cordero, Mario Murillo, Teresita Peralta. San José, Costa Rica: julio de 1994.
- Ruiz, A. & Barrantes, H. (1995a). 1964. En el libro editado por Ruiz, A.: *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, EUNA.
- Ruiz, A. & Chavarría, J. (2003). Educación Matemática: *escenario histórico internacional y construcción de una nueva disciplina*. Revista *UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 2, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Ruiz, A. & Solano, D. (1995a) Matemáticos y Físicos juntos. En el libro editado por Ruiz, A.: *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, EUNA.



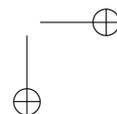
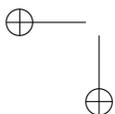


- Ruiz, A. & Solano, D. (1995b). El Dr. Bernardo Alfaro Sagot y las Matemáticas. En el libro editado por Ruiz, A.: *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, EUNA.
- Ruiz, A. & Solano, D. (1995c). Entre la creación de la Universidad y la Reforma de Facio. En el libro editado por Ruiz, A.: *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, EUNA.
- Ruiz, A. (1994). *La Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. una reseña histórica*. San José, Costa Rica: Escuela de Matemática, UCR.
- Ruiz, A. (1995) (Editor). *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, UNA.
- Ruiz, A. (2000). *El desafío de las matemáticas*. Heredia: EUNA, FLACSO.
- Ruiz, A. (2001a). *El destino de Costa Rica y la educación superior*, San José, Costa Rica: EUCR-CONARE. <http://cimm.ucr.ac.cr/>
- Ruiz, A. (2001b). *El siglo XXI y el papel de la universidad*, San José, Costa Rica: EUCR-CONARE. <http://cimm.ucr.ac.cr/>
- Ruiz, A. (2001c). *La educación superior en Costa Rica*, San José, Costa Rica: EUCR- CONARE. <http://cimm.ucr.ac.cr/>
- Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las Matemáticas*, San José, Costa Rica: EUNED. <http://cimm.ucr.ac.cr/>
- Ruiz, A. (2006). *Universalización de la educación secundaria y reforma educativa*, San José, Costa Rica. EUCR, CONARE.
- Ruiz, A.; Barrantes, H. & Campos, P. (1995). El Departamento y la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. En el libro editado por Ruiz, A.: *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, EUNA.
- Ruiz, A.; Chavarría, J. & Alpízar, M. (2003). Epistemología y construcción de una nueva disciplina científica: la *Didactique des Mathématiques*. Revista *UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 2, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.





- Ruiz, A.; Chavarría, J. & Mora, F. (2003). Tendencias y retos de la Educación Matemática en Costa Rica. Revista *UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 1, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Ruiz, A.; Alfaro, C. & Gamboa, R. (2003). Aprendizaje de las matemáticas: *conceptos, procedimientos, lecciones y resolución de problemas*. Revista *UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 2, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Florida, EUA: Academic Press Inc.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and making sense in mathematics*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan Publishing Co.
- Schoenfeld, A. (2004). The Math Wars. En *Educational Policy*, Vol. 18 No.1, January and March, pp. 253-286.
- Shimada, K. (2007). Lesson Study: A Partnership among Education Sites, Board of Education, and Universities, en Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Shimizu, Y. (2007). What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons? en Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Siegler, R. S. (2003). Implications of Cognitive Science Research for Mathematics Education. En Kilpatrick, J.; Martin, W. G. & Schifter, D. (Eds.), *A Research companion to Principles and Standards for School Mathematics*. (pp. 289-303) Reston, Virginia, EUA: NCTM.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*, New York: The Free Press.



- Teasley, S. D., (1995). The role of talk in children's peer collaboration. *Developmental Psychology*, 31, 207-220.
- Universidad Adventista de Centro América (1998). Bachillerato en Ciencias de la Educación/ énfasis Matemática. San José: autor. Disponible en <http://www.carreras.co.cr/view.php?doc=p&i=24&carrera=383&categoria=52>
- Universidad Americana (1997). *Solicitud de autorización para impartir la carrera de Bachillerato en ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática*. San José: Autor.
- Universidad Americana (2003). *Plan de estudios de la carrera de licenciatura en ciencias de la educación con énfasis en la enseñanza de la matemática*. San José: Autor.
- Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente (2000). Plan 02 Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la enseñanza de la matemática. San José. autor. Disponible en: <http://www.ucatolica.ac.cr/academico/carrerasMnu.asp>
- Universidad de Costa Rica UCR (1991). Plan de bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. San José: UCR.
- Universidad de Costa Rica UCR (1994). Escuela de Matemática y Escuela de Formación Docente, proyecto de formación de docentes en servicio en matemática, San José: UCR.
- Universidad de Costa Rica UCR. Cartas al estudiante: MA0123 (2008), MA0175 (2008), MA0205 (2008), MA0270 (2008), MA0275 (2008), MA0304(2005), MA0360(2008), MA0370 (2008), MA0371 (2005), MA0372 (2005), MA0420 (s.f.), MA0421 (2008), MA0540 (2007), MA0550 (s.f.), MA0551 (2008), MA0552(2005), MA0560 (s.f.), MA0610(2005), FD0548 (2001), OE1103 (2001), FD0152 (2007), FD5051 (2007), EA0350 (2002), OE0342 (2005), FD0531 (2007), FD0544 (2007), FD0555 (2007), FD0541 (2006), FD0545 (2007).
- Universidad de Costa Rica, UCR, Oficina de Registro (2007). Lista de Egresados en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica en el periodo 1997-2006. San José: autor.

- Universidad de Costa Rica, UCR (2007a). Profesorado y Bachillerato en Enseñanza de la Matemática. Disponible en <http://www.emate.ucr.ac.cr/ensenanza>.
- Universidad de San José (1999). *Bachillerato en ciencias de la educación con concentración en la enseñanza de la matemática en el III ciclo y diversificado*. San José: Autor.
- Universidad Estatal a Distancia (2004). *Macroprogramación del Programa de Enseñanza de la Matemática*. San José: Autor.
- Universidad Estatal a Distancia (2004). Programa de Estudios. San José: UNED.
- Universidad Estatal a Distancia (2006). Documento informativo, Programa de Enseñanza de la Matemática. San José: Autor. Disponible en <http://www.uned.ac.cr/exactas/programas/documento.swf>
- Universidad Estatal a Distancia. Orientaciones para los cursos códigos: 021 (2007), 022 (2007), 020 (2007), 023 (2007), 739 (2008), 148 (2007), 175 (2008), 176 (2007), 101 (2008), 178 (2007), 187 (2007), 108 (2008), 3002 (2008), 193 (2008), 144 (2008), 192 (2007), 3001 (2007), 191 (2007), 388 (2008), 188 (2008), 398 (2008), 194 (2007), 3013 (2008), 3011 (2007), 554 (2007), 3016 (2007), 112 (2008), 3034 (2008), 3035 (2007). Disponibles en <http://www.uned.ac.cr/>
- Universidad Latina de Costa Rica (1996). Enseñanza Media en Matemáticas. San José: Autor. Disponible en <http://www.ulatina.ac.cr/>
- Universidad Nacional (2003). *Políticas y Lineamientos Curriculares*, Heredia, Costa Rica: UNA.
- Universidad Nacional (2005). *Plan de estudios carrera de bachillerato y licenciatura en la enseñanza de la matemática con salida lateral al profesorado*. Heredia, Costa Rica: Autor.
- Webb, N. (1991). Task related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 366-389.