

# LOS “ESTÁNDARES” EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ESTADOS UNIDOS: *CONTEXTO, REFORMA Y LECCIONES*

**Angel Ruiz**

([aruiz@cariari.ucr.ac.cr](mailto:aruiz@cariari.ucr.ac.cr))

CIMM Matemática, UCR; AIEM Matemática, UNA.

**Jesennia Chavarría**

([jesenniach@yahoo.com](mailto:jesenniach@yahoo.com))

AIEM Matemática, UNA.

## **Palabras clave**

Educación Matemática, Historia de la Educación Matemática, Matemáticas.

## **Resumen**

Se analiza la reforma en la Educación Matemática en los Estados Unidos con base en los “*principios*” y “*estándares*” propuestos por el *National Committee of Teachers of Mathematics* en ese país. Antes se establece el contexto internacional y después las algunas de las implicaciones y lecciones para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el mundo.

## **Abstract**

We examine the Mathematics Reform promoted by the *National Committee of Teachers of Mathematics* of the United States upon *principles* and *standards*. Before that, we describe the global historical scenario and, later, the implications and lessons from this educational experience to the world.

## **Introducción**

Debido a las debilidades en la formación matemática norteamericana es que el *National Committee of Teachers of Mathematics*, NCTM, (organización poco activa hasta los años 1980) asumió el objetivo de dar una respuesta a partir de algunos *principios* y *estándares* determinantes (un programa con objetivos, estándares, y procedimientos básicos que sirvan como un marco base), que buscaban marcar el inicio de un cambio sustantivo en la formación matemática escolar. Su misión declarada: “proveer una visión y dirección necesarias para una Educación Matemática de alta calidad para todos los estudiantes” (NCTM, 2000).

Detrás de esta propuesta se encontraban ideas constructivistas y algunas investigaciones en psicología de la educación. Es decir, a mediados de los años 1980 se planteó en ese país una reforma de la Educación Matemática, nuevamente. La vieja reforma de las matemáticas modernas dio lugar a un nuevo intento por abordar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas de ese país, pero esta vez con base en otros objetivos totalmente diferentes. La anterior reforma se había concentrado en los contenidos, bajo el comando de los matemáticos y con poca apreciación por las dimensiones pedagógicas y psicológicas de los procesos de enseñanza aprendizaje. Ahora, con nuevos profesionales, especialistas en la Educación Matemática y como expresión de una

organización de profesores en servicio, se buscaba, por un lado, enfrentar la particular diversidad y disgregación en los Estados Unidos de currículos y objetivos educativos, y, por el otro lado, integrar las matemáticas dentro de una visión pedagógica que, como hemos dicho, se nutría epistemológicamente de tendencias filosóficas dominantes durante épocas.

Se enfatiza ahora, por ejemplo, el valor de los conceptos en la enseñanza de las matemáticas frente a los procedimientos o algoritmos simples y el influjo de dimensiones culturales, pedagógicas, el aprendizaje en grupo (poca instrucción directa) y por descubrimiento, énfasis en la resolución de problemas y la modelización, en los métodos más que en las respuestas, eliminación casi completa de demostraciones, y un fuerte uso de calculadoras, análisis de datos y estadística. El NCTM afirma que: "... extensos procedimientos aritméticos y algebraicos, vistos como el corazón del currículo matemático escolar, pueden ahora ser ejecutados con ayuda de las calculadoras. Así, se podrá dar mayor atención a la comprensión de conceptos y modelos en los procedimientos utilizados en la resolución de problemas" (NCTM, 2000)

Este debate en los Estados Unidos es conveniente conocerlo porque ha tenido importantes lecciones e implicaciones para una comunidad académica que es cada vez más internacional y globalizada. Antes, sin embargo, vamos a considerar algunos temas pertinentes de la Educación Matemática, lo que nos permitirá una mejor comprensión de esa reforma educativa.

### **Rendimiento, textos, pedagogías: *varios escenarios***

Globalización e internacionalización mayores del planeta y la vida cotidiana, nuevas perspectivas epistemológicas y filosóficas sobre las matemáticas, uso intenso y determinante de tecnologías, y un intenso avance de la profesionalización de la Educación Matemática, han provocado cambios en los programas, textos, sistemas de evaluación de matemáticas en todas partes del mundo, y de una manera muy sistemática, aunque hay escenarios y orientaciones diferentes.

Vamos a empezar nuestra reseña, sin embargo, por los problemas y los rendimientos escolares, que señalan las condiciones de los sistemas educativos.

A pesar de ser el país más poderoso del planeta y con el uso más amplio de recursos, la formación matemática preuniversitaria en los Estados Unidos se ha revelado por debajo de la que se ofrece en algunos países desarrollados o en vías de desarrollo. Esto se expresa en los rendimientos de los estudiantes en investigaciones internacionales realizadas en varias ocasiones. Vamos a señalar varias dimensiones relevantes.

En primer lugar, según el *Third International Mathematics and Science Study*, TIMSS, un estudio comparativo realizado hace algunos años (1995), los estudiantes de cuarto grado en los Estados Unidos tenían un rendimiento en matemáticas similar al de los otros países que participaban en el proceso. No obstante ya en octavo grado los resultados no favorecían a los estudiantes en los Estados Unidos: se encontraban significativamente por debajo de la media internacional en matemáticas (para los países participantes en el estudio). Más aún, el rendimiento de los estudiantes de doceavo año en los Estados Unidos se encontraba entre los más bajos comparados con los estudiantes de otros países en su año final en la escuela secundaria.

El marco teórico de este estudio en matemáticas y ciencias, se dirigió a los siguientes contenidos, habilidades y actitudes:

| <b>CONTENIDO</b>                      |  |
|---------------------------------------|--|
| MATEMATICA                            | CIENCIA  |
| Números                               | Ciencia de la Tierra                           |
| Mediciones                            | Ciencia de la Vida                             |
| Geometría                             | Ciencia Física                                 |
| Proporcionalidad                      | Ciencia, tecnología, matemática                |
| Funciones, relaciones, ecuaciones     | Historia de la Ciencia y la tecnología         |
| Datos, probabilidad, estadística      | Medio ambiente                                 |
| Análisis elemental                    | Naturaleza de la Ciencia                       |
| Validación y estructura               | Ciencia y otras disciplinas                    |
| <b>HABILIDADES</b>                    |  |
| MATEMATICA                            | CIENCIA  |
| Conocimiento                          | Comprensión                                    |
| Uso de procedimientos rutinarios      | Planeamiento, análisis y solución de problemas |
| Investigación y solución de problemas | Uso de herramientas, procedimientos rutinarios |
| Razonamiento matemático               | Investigación de la naturaleza                 |
| Comunicación                          | Comunicación                                   |
| <b>PERSPECTIVAS</b>                   |  |
| MATEMATICA                            | CIENCIA  |
| Actitudes                             | Actitudes                                      |
| Carreras                              | Carreras                                       |
| Participación                         | Participación                                  |
| Aumento de interes                    | Aumento de Interés                             |
| Hábitos mentales                      | Seguridad                                      |
|                                       | Hábitos mentales                               |

Participaron efectivamente en el TIMSS 1995: 25 países a nivel de cuarto grado, 41 países a nivel de octavo y 21 a nivel de duodécimo. En el año 1999 se hizo un TIMSS solo en octavo grado, y uno nuevo se hizo en el 2003, cuya información todavía no está disponible. Se puede consultar la referencia siguiente para ver los países participantes: <http://nces.ed.gov/timss/countries.asp>.

En lo que se refiere a los estudiantes de 13 años de edad en el TIMSS de 1995, el rendimiento general en matemática: se dio un promedio de 513 (mediana 522) y un coeficiente de variación de 11. Es interesante mostrar quiénes estuvieron en primeros lugares: Singapur (643), Corea del Sur (607), Japón (605) y Hong Kong (588). Y en los últimos lugares: Irán (428), Kuwait (392), Colombia (385) y Sudáfrica (354). Estados Unidos obtuvo 500 puntos (el mínimo puntaje aceptable según este estudio).

Veamos ahora, otro ejemplo, los resultados en el tema de conocimiento en matemáticas y ciencias y solo en matemáticas, en el año final de la secundaria, en algunos países relevantes. Se consigna el resultado para todos los estudiantes y para los avanzados en matemáticas.

|                        | Rendimiento promedio                    |                                      |                              |                                      |
|------------------------|---|--------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|
|                        | Conocimientos en matemáticas y ciencias |                                      | Conocimientos en matemáticas |                                      |
|                        | Todos los estudiantes                   | Estudiantes avanzados en Matemáticas | Todos los estudiantes        | Estudiantes avanzados en Matemáticas |
| Suecia                 | 555 (4.3)                               | 664(3.7)                             | 661(3.8)                     | 661(3.8)                             |
| Suiza                  | 531 (5.4)                               | 618(4.2)                             | 540(5.8)                     | 619(4.5)                             |
| Dinamarca              | 528 (3.2)                               | 594(2.9)                             | 547(3.3)                     | 613(3.0)                             |
| Canadá                 | 526 (2.6)                               | 587(3.7)                             | 519(2.8)                     | 588(3.3)                             |
| Australia              | 525 (9.5)                               | 604(8.1)                             | 522(9.3)                     | 606(7.6)                             |
| Austria                | 519 (5.4)                               | 567(5.9)                             | 518(5.3)                     | 564(6.1)                             |
| Eslovenia              | 514 (8.2)                               | 531 (7.1)                            | 512 (8.3)                    | 530 (6.7)                            |
| Francia                | 505 (4.9)                               | 572 (5.0)                            | 523 (5.1)                    | 592(4.4)                             |
| Alemania               | 496 (5.4)                               | 565 (4.1)                            | 495 (5.9)                    | 562 (4.4)                            |
| República Checa.       | 476 (10.5)                              | 582 (7.2)                            | 466 (12.3)                   | 573 (7.8)                            |
| Italia                 | 475 (5.3)                               | 521 (9.5)                            | 476 (5.5)                    | 519 (10.4)                           |
| EUA                    | 471 (3.1)                               | 554 (5.2)                            | 461 (3.2)                    | 551 (5.1)                            |
| Cyprus                 | 447 (2.5)                               | 521 (6.1)                            | 446 (2.5)                    | 516 (6.5)                            |
| Promedio internacional | 505 (1.6)                               | 575 (1.6)                            | 506 (1.7)                    | 576 (1.7)                            |

Fuente: *Mathematics Achievement in the Final Year of Secondary School: IEA 's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)* (1998), Beaton, A.E., Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L., y Smith, T.A.

Véase la gran cantidad de países que estuvieron por encima de los EUA.

En el TIMSS 1999, aplicado solo a los de octavo, se obtuvo:

| Matemática            |            | Ciencias              |            |
|-----------------------|------------|-----------------------|------------|
| País                  | Promedio   | País                  | Promedio   |
| Singapur              | 604        | Taiwán                | 569        |
| Corea, República de   | 587        | Singapur              | 568        |
| Taiwán                | 585        | Hungría               | 552        |
| Hong Kong SAR         | 582        | Japón                 | 550        |
| Japón                 | 579        | Corea, República de   | 549        |
| Bélgica-Flamenca      | 558        | Holanda               | 545        |
| Holanda               | 540        | Australia             | 540        |
| Republica Eslovaca    | 534        | Republica Checa       | 539        |
| Hungría               | 532        | Inglaterra            | 538        |
| Canadá                | 531        | Finlandia             | 535        |
| Eslovenia             | 530        | Republica Eslovaca    | 535        |
| Federación Rusa       | 526        | Bélgica-Flamenca      | 535        |
| Australia             | 525        | Eslovenia             | 533        |
| Finlandia             | 520        | Canadá                | 533        |
| Republica Checa       | 520        | Hong Kong SAR         | 530        |
| Malasia               | 519        | Federación Rusa       | 529        |
| Bulgaria              | 511        | Bulgaria              | 518        |
| Latvia-LSS            | 505        | <b>Estados Unidos</b> | <b>515</b> |
| <b>Estados Unidos</b> | <b>502</b> | Nueva Zelanda         | 510        |
| Inglaterra            | 496        | Latvia-LSS            | 503        |
| Nueva Zelanda         | 491        | Italia                | 493        |
| Lituania              | 482        | Malasia               | 492        |
| Italia                | 479        | Lituania              | 488        |
| Chipre                | 476        | Tailandia             | 482        |
| Rumania               | 472        | Rumania               | 472        |

|                        |     |                        |     |
|------------------------|-----|------------------------|-----|
| Moldavia               | 469 | Israel                 | 468 |
| Tailandia              | 467 | Chipre                 | 460 |
| Israel                 | 466 | Moldavia               | 459 |
| Túnez                  | 448 | Republica de Macedonia | 458 |
| Republica de Macedonia | 447 | Jordania               | 450 |
| Turquía                | 429 | Irán                   | 448 |
| Jordania               | 428 | Indonesia              | 435 |
| Irán                   | 422 | Turquía                | 433 |
| Indonesia              | 403 | Tunisia                | 430 |
| Chile                  | 392 | Chile                  | 420 |
| Filipinas              | 345 | Filipinas              | 345 |
| Marruecos              | 337 | Marruecos              | 323 |
| Sudáfrica              | 275 | Sudáfrica              | 243 |

De nuevo, resultados muy similares para los EUA (National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education, 2000). Es interesante observar el rendimiento alto de varios países asiáticos, que han tenido desarrollos económicos y sociales sustanciales en las últimas décadas (los tigres asiáticos): Singapur, República de Corea, Taiwán, Hong Kong SAR y, por supuesto, Japón. El extraordinario desempeño en ciencias y matemáticas pareciera estar en clara correlación con sus índices de desarrollo económico y social.

En otro orden de cosas, un asunto interesante: el tiempo destinado a las matemáticas y las ciencias. En los países en los cuales hay un mejor aprovechamiento y rendimiento en matemáticas y ciencias en los primeros años de la formación escolar el tiempo destinado a estas disciplinas es menor comparativamente que, por ejemplo, en los Estados Unidos. No sucede lo mismo, sin embargo, en el año último de la secundaria, donde sí hay una dedicación de más tiempo lectivo en todos esos otros países. Sí debe señalarse que, aunque se dedique menos tiempo en los primeros años a estas disciplinas, sin embargo, el nivel es mayor y existen claras diferencias en cómo se usa ese tiempo.

En relación con las tareas para realizar en la casa, en los Estados Unidos éstas tienden a ser de una naturaleza más rutinaria y con poca dificultad. Mientras, en otros países como Francia, Alemania, Japón las tareas extra clase poseen demandas intelectuales mucho mayores.

Una apreciación general sobre los resultados de los estudiantes de Estados Unidos en matemáticas revela que estos estudiantes repiten a lo largo de todos lados los mismos procedimientos básicos sin acceder a una comprensión de mayores niveles de matemáticas. Es decir, se revelan dificultades con los problemas que requieren varios pasos, el razonamiento matemático abstracto, la geometría, y la resolución de problemas no rutinarios.

Vamos ahora a incidir sobre los textos. En Japón, a manera de ejemplo, éstos son relativamente pequeños y simples, aunque acompañados con libros del profesor muy fuertes y procesos muy meticulosos de capacitación y planificación colectiva de profesores. En Francia, otro caso, los textos de los estudiantes son más grandes, y también son grandes los del profesor. Hay bastante espacio en estas estrategias para metodologías cercanas al Constructivismo. En los Estados Unidos hay una diversidad muy grande de colecciones de textos. Durante años han predominado libros de los estudiantes muy gruesos, cargados de mucha información y efectos visuales, y con la

presencia de muchos proyectos; hay un menor énfasis en el libro del profesor, como Francia o Japón. El número de contenidos de los textos en los EUA sobrepasan en un 150% a los alemanes y un 350% a los japoneses. También ofrecen un menor espacio al constructivismo; aunque, como dijimos, hay muchas colecciones distintas. La tecnología participa ampliamente en casi todas estas colecciones. De hecho, de cara a los siguientes años se esperan modificaciones sustanciales en la generación de textos con mucha mayor participación de materiales y recursos en Internet, así como la virtualización de muchos procesos de enseñanza aprendizaje, y el concurso multimedial con gran intensidad. El avance drástico en el uso de cable óptico para la transmisión de datos, la Internet dos, videoconferencias, y demás infraestructuras tecnológicas, abren muchas otras posibilidades que ya están transformando la educación en su conjunto. En los últimos años, curiosamente, varias escuelas públicas y privadas en los EUA han empezado a utilizar experimentalmente textos importados de Singapur.

Las diferencias en los casos considerados derivan en buena parte de sus distintas culturas, pero en particular de la diversidad de sus sistemas educativos. En la mayor parte de Europa los controles por parte del Estado Nacional, por ejemplo, han sido muy centralizados y estrechos, lo que no ha sido el caso de los Estados Unidos, donde convergen aparte de las filosofías individualistas muchos protagonistas (federales, estatales, comunales), y es lo que probablemente ha obligado en este último país a buscar estándares a través de asociaciones poderosas como el *Nacional Council of Teachers of Mathematics*, NCTM, lo que desarrollaremos a continuación.

Es interesante señalar, también, la existencia de diferentes estrategias pedagógicas dominantes en varios países. Por ejemplo, en Japón el énfasis se da en la resolución de problemas y la búsqueda de varias estrategias para resolverlos. En Bélgica, por ejemplo, la instrucción matemática sigue basada en la teoría de conjuntos. En Holanda hay un énfasis en los problemas de la vida real o cotidiana. En Francia se enfatiza precisión en las definiciones y el lenguaje usados pero a la vez hay razonamiento matemático. En todos estos países los estudiantes sobrepasan significativamente a aquellos en los Estados Unidos, según las pruebas comparativas internacionales que mencionamos arriba.

En muchos países, como en América Latina, que han participado poco en esos estudios internacionales, las matemáticas constituyen una seria vulnerabilidad en sus sistemas educativos. Por un lado, los rendimientos escolares no son satisfactorios, normalmente por debajo de las otras disciplinas, y, por otro lado, las calidades de las matemáticas aprendidas (conceptos y métodos), no alcanzan los mejores niveles o aquellos que potencian estos tiempos de globalización y extrema competencia afirmada en el desarrollo cognoscitivo. No es inusual la ausencia persistente de procesos educativos (programas, textos, y sobre todo estrategias de lección) que estimulen el razonamiento matemático y la abstracción en las tradicionales lecciones de matemáticas. De igual manera, el contenido que se desarrolla es poco demandante. No se abordan, por ejemplo, con suficiente amplitud los problemas de varios pasos. Y encontramos en varios casos un énfasis inapropiado en problemas de cómputo sin contexto o no relacionados con problemas complejos aplicados a la realidad, modelos o simplemente al margen de un entorno real. Además, no es inusual la existencia de una poderosa fobia sociocultural hacia las matemáticas en la mayoría de países (hay razones profundas en el origen de esto, véase Ruiz, A., 2000), que condiciona negativamente la formación

matemática desde sus inicios; aunque, también debe señalarse que algunos han logrado avanzar significativamente en la formación matemática de sus jóvenes.

Este es el contexto más general en el que podemos inscribir la reforma en la Educación Matemática que se ha impulsado en los Estados Unidos durante varios años.

## Los "Estándares"

En abril del año 2000, el *National Council of Teachers of Mathematics* publicó un último documento intitolado *Principles and Standards for School Mathematics* (PSSM); la culminación de una serie de estudios, reuniones y discusiones por parte de especialistas en el área de matemática y de su enseñanza, así como educadores en servicio e investigadores en educación, orientadas al mejoramiento y equidad de la calidad de enseñanza en los Estados Unidos. Este documento se creó con el objetivo de convertirse en una guía, en un punto de discusión y reflexión para la comunidad de educadores en matemática. *Principles and Standards* indica: “debería ser visto como parte de un trabajo progresivo que puede ayudar en la realización de programas matemáticos de excelencia, no como una prescripción a ser impuesta en forma rígida” (Ferrini, Joan, 2000).

Esta última versión estuvo fundamentada en anteriores documentos publicados por la misma comisión (NCTM), como *Agenda for Action* (1980), conocida por la incorporación al currículo de la resolución de problemas, comprensión y aplicación en la Educación Matemática; muy en especial de *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics* (1989), que cabe destacar fue el primer documento en exponer la necesidad de estándares educativos en matemática para los Estados Unidos y el que más se divulgó y uso durante años (existen traducciones a varios idiomas, entre ellas al español por la Sociedad *Thales* de Sevilla, España); y también debe consignarse *Professional Standards for Teaching Mathematics* (1991) y *Assessment Standards for School Mathematics* en 1995 (véase Ferrini, Joan, 2000). Todos estos documentos poseen la misma tónica de reforma que señalamos más arriba.

Claude Gaulin resume en primer lugar lo que es un estándar: “... no son un programa, son estándares (modelos). Estándares significa ‘normas de calidad de un currículo’ y, entonces, ese documento proponía normas de calidad de un currículo de Matemáticas.”

Los estándares en el año 1989 se daban en Números, Geometría, álgebra, Análisis de Datos, Medida, Resolución de problemas, Conexiones, Comunicación, y Razonamiento. En el 2000, se hace una distinción entre estándares de contenido y estándares de proceso (5 de cada tipo). Entre estos últimos Resolución de problemas, Razonamiento y Prueba, comunicación, conexiones, y representación (que no estaba en la versión del 89).

A manera de ejemplo, sobre el papel de la resolución de problemas (un estándar) en la publicación del año 1989, señala Gaulin: “Había temas como: Números, Álgebra, Geometría, etc. y estaba el tema de resolución de problemas, como yo digo..... un ‘supertema’. La idea era que en el documento se presenta la resolución de problemas como un supertema que viene a integrar todo. Es la línea roja que pasa alrededor, y a través, de los temas de Aritmética, Álgebra, Geometría, Análisis de datos, etc. Es un tema que se encuentra en cualquier lugar del currículo y sirve para unificar. Esta era

Esta era la idea y, la misma idea, se encuentra ahora en los programas de otros países del mundo.” (Gaulin, 2001)

La publicación de todos estos documentos conllevó a exhaustivas discusiones y controversias por parte de educadores en el área de la matemática; así como la realización de investigaciones con el objetivo de definir la amplitud e influencia de los estándares propuestos y el grado de aplicación en el aula. Este marco de investigación y análisis tuvo un impacto significativo en la producción de *Principles and Standards for School Mathematics*. El documento oficial lo componen 420 páginas organizadas en 8 capítulos, las ideas o principios fundamentales abarcan temas como la equidad en la excelencia académica para todos los estudiantes, un cambio en la concepción del currículo, un análisis del estudiante a priori al proceso de enseñanza que le permita al docente crear estrategias que faciliten la construcción del conocimiento en forma activa a partir de experiencias y conocimientos anteriores por parte de los estudiantes, todo esto aunado a una adecuada evaluación y de la mano con el uso de las nuevas tecnologías en el aula. Los estándares que incluye el documento proponen una dirección en áreas centrales en matemática como álgebra y geometría, así como en procedimientos matemáticos tales como resolución de problemas, raciocinio, comprobación y conexiones en las distintas áreas de la matemática.

En este punto, consideramos pertinente referirnos en forma detallada a estos principios y estándares. Su objetivo principal: pretende dirigir las decisiones que se tomen en el sistema educativo norteamericano. Son seis los principios que incluye ésta propuesta, enfocados en una alta calidad educativa para todos los estudiantes. El primer principio consiste en la equidad en la calidad de la enseñanza. Se fundamenta en la aspiración de una enseñanza de alto nivel para todos los individuos, sin importar sus características personales o contexto socio-cultural. Se considera que todos los estudiantes requieren de un sistema educativo con planes de estudio coherentes, profesores competentes y capaces de guiar un proceso de enseñanza-aprendizaje significativo, lo cual no quiere decir que cada estudiante deba ser tratado de la misma forma, estudiantes con necesidades educativas especiales, o con intereses y talento excepcional para las matemáticas, requieren una orientación adecuada para su desenvolvimiento educativo. Un segundo principio, sobre los planes de estudio, en otras palabras sobre el currículum educativo insiste en la necesidad de un plan coherente, centrado en conocimientos matemáticos relevantes y bien articulados en los distintos niveles educativos, este último punto de suma importancia dado que le puede permitir al docente conocer las bases previas de sus estudiantes y crear conexiones con el conocimiento previo que poseen. En este aspecto, interviene además la necesidad de crear conexiones entre las distintas áreas de la matemática, en donde los estudiantes perciban las relaciones entre los distintos conocimientos matemáticos. Además, se enfatiza la necesidad de un *curriculum* o plan de estudios actualizado, acorde con las exigencias de la época.

Por otra parte, el proceso de enseñanza es tomado en consideración en el tercer principio, el cual pretende dar las pautas a seguir a los docentes sobre cómo facilitar los procesos cognitivos en sus estudiantes, esto a través de un diagnóstico sobre los conocimientos previos que domina el estudiante y sobre lo que necesita aprender. Un profesor, en este sentido debe estar en la capacidad de establecer ambientes intelectuales acordes a las exigencias de sus estudiantes. Los profesores deben dominar la matemática que enseñan y conocer los métodos y herramientas didácticas que permitan una mayor comprensión de la disciplina por parte de los estudiantes. Esta comprensión,

precisamente, según NCTM se logra a través de la construcción del conocimiento, en donde interviene el cuarto principio (principio del aprendizaje). Se busca generar en los estudiantes una comprensión conceptual y no una memorización de hechos o procedimientos, los estudiantes que memorizan datos o algoritmos en su mayoría no saben en qué momento aplicarlos, sin embargo, una comprensión conceptual busca que los estudiantes utilicen de una forma flexible el conocimiento matemático. Desafiar a los estudiantes con problemas que impliquen un razonamiento lógico y una comprensión del conocimiento, hace que los estudiantes se reten a sí mismos y se transformen en principales actores de su propio aprendizaje.

Todos los cambios que se generen dentro del proceso de enseñanza aprendizaje indudablemente deben ser evaluados, con el objetivo de valorar el grado de eficacia de los mismos. Este proceso de evaluación, no obstante, puede convertirse en una simple prueba al final del proceso, el quinto principio que propone el NCTM, busca precisamente evitar esta situación. ¿De qué forma? Plantea la necesidad de una evaluación constante, formativa, a lo largo de todo el proceso de enseñanza, que evalúe formalmente el desenvolvimiento de los estudiantes y les brinde la oportunidad de demostrar su conocimiento, sus habilidades y destrezas en matemática.

Por último, dadas las exigencias de la nueva era de la información, se hace indispensable la inserción de las nuevas tecnologías en el salón de clase, NCTM en su quinto principio expone la necesidad del uso de calculadoras y computadoras en el nuevo escenario matemático. Afirma que, los estudiantes pueden trabajar en niveles más altos de generalización y abstracción, con el apoyo de medios tecnológicos y con la guía oportuna del profesor, recalcando el papel insustituible del docente en el proceso de enseñanza, NCTM (2000) establece: “la tecnología no puede sustituir al profesor de matemática, ni puede ser utilizada como reemplazo para el entendimiento y las intuiciones básicas, el profesor es quien debe tomar la decisión de qué tecnología utilizar y cuándo”.

Los principios para la educación matemática constituyen uno de los cambios que se adjuntaron al documento *Principles and Standards School Mathematics* y que no fueron tomados en consideración en documentos anteriores. Mientras tanto, los Estándares para la educación matemática, han persistido en las propuestas de la comisión NCTM desde el año 1980 con *Agenda for Action*. Los estándares consisten en una serie de lineamientos a seguir en los distintos niveles educativos para la comprensión matemática, conocimiento y desarrollo de habilidades. Cada uno de ellos consiste en dos o cuatro metas específicas a aplicar a través de todos los niveles.

La organización de este marco es una jerarquía de dos fases. La primera de ellas, la conforman cuatro estándares de proceso, a saber: la resolución de problemas, el razonamiento matemático, la comunicación y conexiones. La segunda fase está compuesta por cinco estándares de contenido, orientados a la teoría de números, valoración, medida y fluidez computacional, modelos, funciones y pensamiento algebraico, estadística y probabilidad y sentido espacial, aunado a conceptos geométricos.

Un primer estándar a mencionar es el de número y operaciones, que engloba básicamente la noción de número. Los estudiantes finalizado el proceso educativo deben entender el significado de número, sus representaciones, los sistemas de numeración

existentes, así como, el significado de las distintas operaciones aritméticas y cómo se relacionan unas con otras, el cálculo y estimaciones razonables.

En el área de álgebra, el estándar propuesto por la comisión NCTM plantea que los programas educativos en este sentido deben permitirle a los estudiantes generar modelos, patrones, relaciones y funciones matemáticas, además, de un correcto uso del simbolismo algebraico. Este estándar no propone el álgebra como un contenido educativo en los niveles de primaria, sin embargo, pretende fomentar desde los primeros años la investigación y el razonamiento algebraico, con el objetivo de alcanzar, en secundaria, metas ambiciosas en esta área. Pretende que el álgebra se convierta en un punto de relación entre la geometría y el análisis de datos.

Por su parte, la geometría y el sentido espacial aparecen como componentes fundamentales en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Se pretende que durante los distintos niveles educativos (primaria-secundaria) los estudiantes se relacionen con la geometría tridimensional y desarrollen discusiones sobre las distintas relaciones geométricas, llevando el conocimiento aprendido al ambiente físico. Otro de los estándares que enfatiza en la aplicabilidad del plan de estudios a las situaciones de la vida diaria, es el de medición.

Éste establece que el estudio de la medida le permite al estudiante profundizar en otras áreas de la matemática como la aritmética, la geometría, la estadística y el análisis y palpar las aplicaciones de la matemática a situaciones reales.

Por último, dentro del marco de estándares de contenido, encontramos las representaciones, parte importante de la aplicación de las matemáticas, es el medio “visual” de comprobar la teoría y establecer conexiones.

En relación con la primera fase, enfocada en procesos, resalta la resolución de problemas. Surge como una estrategia metodológica para la comprensión de conocimientos matemáticos e incluso para la comprensión de distintas disciplinas, no como un tema aislado en un plan de estudios. Consiste, además, en retar a los estudiantes con problemas de un adecuado nivel intelectual, que les permita aplicar su creatividad y raciocinio hasta llegar al resultado requerido. La resolución de problemas constituye una de las primeras recomendaciones dadas por *Agenda for Action*, (NCTM, 1980): “la resolución de problemas debe ser el foco de las matemáticas en la escuela”.

El razonamiento y comprobación es otro de los aspectos analizados, éste considera indispensable que los estudiantes alcancen un razonamiento sistemático, en el cual sea capaz de investigar, explorar, justificar y utilizar conjeturas. El raciocinio y la comprobación son hábitos mentales por tanto requieren de ejercicio constante, desde muy temprana edad.

Uno de los aspectos que permite comprobar el grado de entendimiento de una persona respecto a cualquier tema, es su capacidad para comunicarlo, en ese sentido se dirige el estándar comunicación. Es importante que los estudiantes logren un alto nivel de comprensión de la matemática, sin embargo, es igualmente relevante el que éstos puedan comunicar su pensamiento matemático de una forma coherente y clara. ¿Cómo lograr que los estudiantes justifiquen su razonamiento, o se expresen con lenguaje matemático ante una clase? Solo a través de espacios de discusión y diálogo, y de ambientes en

donde el estudiante fomente su capacidad de escribir sobre matemáticas, capacidad que se puede generar desde la primaria.

La matemática es un campo integrado y como tal debe establecerse en un plan de estudios. Por tanto, el generar conexiones entre las distintas áreas, le permitirá al estudiante una mayor comprensión de esta disciplina. Las matemáticas dejarán de ser, un sistema de habilidades aisladas y reglas arbitrarias, para convertirse en un puente de relación con otras disciplinas tales como: arte, negocio, música, psicología, artes industriales, informática, estudios sociales, y otras ciencias, como biología, química, y física.

Aunque se había considerado incluir un estándar de contenido sobre Matemática Discreta, sin embargo, al final no se hizo para guardar un equilibrio de 5 estándares de contenidos y 5 de procesos.

### **Las críticas**

Dada la amplitud temática del documento, surgieron diversos cuestionamientos previos a su publicación; de hecho, el mismo NTCM nombró una comisión denominada *Commission on the Future of the Standards* para el análisis detallado del mismo; dicha comisión señaló, entre otras cosas la falta de especificidad de las recomendaciones dadas, la carencia de orientación de las necesidades del educador; Joan Ferrini afirma que: “*Principles and Standards* fueron diseñados para proveer una guía y metas curriculares, y nuestros cambios no incluyen recomendaciones detalladas acerca de la preparación de los docentes.” (Ferrini, Joan, 2000) Además, se cuestionaba el grado de orientación que se brinda para el uso de la investigación y el rol de la tecnología en el proceso de enseñanza, ambos son ejes temáticos tomados en consideración en la propuesta, sin embargo no se especifica de qué forma serán llevados a la práctica en el salón de clase. Otro de los puntos de discusión, fue sobre el balance entre destrezas y comprensión del conocimiento matemático, algunos consideran que los estándares enfatizan en el desarrollo de destrezas, dejando de lado la comprensión de otros procesos cognitivos. Finalmente, se discutieron sobre las conexiones que existen dentro de la matemática y la articulación entre niveles o grados académicos, y se menciona la necesidad de interrelacionar las diferentes áreas dentro de la matemática con el fin de enriquecer el aprendizaje de los estudiantes. Cada una de las discusiones anteriores fue asumida por una nueva comisión denominada ARGs (*Fourteen Association Review Groups*), designada precisamente para dar respuesta a los cuestionamientos que pudieran surgir durante el planeamiento y escritura del nuevo documento. Estas discusiones fueron anexadas al documento final. Las observaciones fueron hechas, sin embargo, más o menos dentro de un apoyo global a la reforma planteada.

Otras reacciones menos condescendientes no se hicieron esperar. Estas opiniones se dirigieron específicamente hacia la pertinencia de estándares que unifiquen el nivel de la Educación Matemática. Algunos, por ejemplo, consideran que la estandarización de la educación escolar abre espacios de discusión e intercambio a nivel nacional y permite el flujo de información y nuevas técnicas de enseñanza entre distintos grupos de docentes; pero, por otra parte, otros argumentan que un currículo nacional crea procesos mecánicos y rutinarios sobre temas generales en los cuales es difícil abrir espacios para la innovación. Susan Addington, por ejemplo, consigna una opinión positiva sobre los estándares como vehículo de equidad en la calidad de enseñanza: “En la elaboración de

libros de texto ha influenciado positivamente, pues se les solicitó a las casas editoriales que sus libros se ajustaran a los estándares dados por NCTM y a pesar de que algunos sólo presentaron cambios a nivel estético o de forma y no de fondo, se creó algún tipo de compromiso por parte de las mismas.” (Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M., 2000). Otras de las reacciones estuvieron enfocadas sobre la importancia otorgada a los procesos de comprobación, a veces, al parecer, por encima del conocimiento matemático y además sobre la falta de dirección u orientación dada a docentes para la implementación de los diferentes estándares. Roger Howe señala que:

“El currículo es el aspecto de la Educación Matemática en el cual los expertos en esta disciplina tienden a focalizar. Sin embargo, considero que el currículo, hoy, es un problema secundario en la Educación Matemática de los Estados Unidos. El principal problema es la capacidad del cuerpo docente para promover el entendimiento, el razonamiento, las conexiones y la comunicación en matemática. Sin embargo, PSSM no toma en consideración estos aspectos y orienta principalmente sus recomendaciones al currículo.” (Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M., 2000)

En relación con la falta de recomendaciones sobre la preparación a docentes por parte de *Principles and Standards*, Herbert Clemens opina: “El uso individual del documento, podría no ser el más adecuado, un docente podría enfocarse en los temas matemáticos y dejar de lado los métodos de enseñanza, o bien, podría no leer el documento en forma crítica.” (Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M., 2000). Estos dos últimos académicos coinciden en la necesidad de un proceso de capacitación de docentes para la implementación de nuevos estándares educativos.

Es importante mencionar que algunas de las reacciones ya habían sido discutidas mucho antes de la publicación de *Principles and Standards School Mathematics* y no todas apuntan a deficiencias en el documento; de hecho, en su mayoría afirman que los *Estándares* constituyen un muy buen intento por mejorar el sistema educativo. Por ejemplo, Roger Howe afirma: “debería estar feliz por los Estados Unidos al comprometerse con la Educación Matemática con un fuerte énfasis en las ideas: resolución de problemas, raciocinio, comprobación, comunicación y conexiones a través del documento PSSM. Sin embargo esto no significa que PSSM sea un documento perfecto.” (Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M., 2000)

Otra línea de críticas que ha recibido esa propuesta, sobre todo de matemáticos, refieren al valor o posición de las destrezas de cálculo en la formación matemática. La idea de fondo de esta línea de cuestionamientos: la habilidad para reconocer hechos numéricos básicos es una destreza esencial previa necesaria para el manejo de algoritmos y el cálculo con varios dígitos así como para el manejo de las fracciones. Las críticas se han dado en torno a que las matemáticas requieren, en opinión de estas personas, dominio y precisión en la ejecución de destrezas básicas en la escuela (práctica en cálculos y memorización deben ser importantes y son requisitos para poder generar la comprensión conceptual). Plantean, también, menos calculadora y más intervención directa y expositiva del profesor en la clase. ¿Cuál es nuestra apreciación global sobre este tema? Sin duda, debe reconocerse que en las matemáticas tanto las destrezas de cálculo y los procedimientos, la memorización como también la comprensión de los conceptos y de esos procedimientos están tremendamente integrados. Un equilibrio es necesario.

A pesar de la polémica que ha generado este documento PSSM, y los anteriores, muchos coinciden en su relevancia en el ámbito de la Educación Matemática; más aún,

lo consideran reflejo de los esfuerzos que se están realizando por replantear y repensar nuevamente la reforma en Educación Matemática.

A partir de esta experiencia se ha dado una expansión en busca de crear estándares en varias partes del planeta; por ejemplo, en Costa Rica y América Central se ha estado trabajando en esa dirección desde hace algunos años.

### **Implicaciones y lecciones**

¿Qué lecciones podemos sacar del decurso de esa reforma en los EUA? Las conclusiones apuntan a algunos principios válidos dentro de una estrategia curricular para la formación matemática preuniversitaria.

Es fundamental, en primer lugar, la existencia de un conjunto de objetivos y estándares nacionales sobre lo que los estudiantes deben aprender. Cuando existe una gran diversidad y cada provincia, estado o escuela hace lo que desea no se puede pretender una coherencia y rendimiento apropiados en los objetivos de la formación matemática. Esto se aplica principalmente a países como los Estados Unidos en los cuales la diversidad se convirtió en algún momento en una debilidad relevante (y en ausencia de un Estado centralista). Sin embargo, no sólo por razones políticas o administrativas encontramos disgregación en los sistemas educativos de varios países. Hay ideologías que apuntalan la diversidad de una forma inadecuada. A veces se afirma que las diferencias regionales culturales o sociales deben sustentar estrategias y objetivos educativos distintos. Y, entonces, se plantea aplicar en el sistema educativo parámetros distintos por sector. Este es un asunto delicado porque si bien es correcto tomar en cuenta las diferencias culturales regionales o sociales no puede actuarse a expensas de la calidad y la competitividad. Es decir, frente a la tendencia que en algunas latitudes ha buscado disgregar y descentralizar criterios y objetivos educativos nacionales, es importante subrayar más bien la conveniencia de la racionalidad, la convergencia y la homogeneidad como objetivos y características de un sistema educativo. En los países con tradiciones más centralizadas de organizar las dimensiones nacionales de interés público, es más fácil pasar de estándares (como recomendaciones) a indicaciones obligatorias.

En este mismo sentido, dentro de un sistema educativo, es conveniente la existencia de opciones distintas para libros de texto o desarrollos de la lección, o programas, pero es importante subrayar la necesidad de que exista convergencia entre los programas y los libros de texto y las lecciones. Esto apoya la existencia de planes *estratégicos* en la educación, con coherencia institucional, recursos y compromisos globales. A partir de los *Estándares* en los EUA las compañías editoriales de textos buscaron proporcionar colecciones en correspondencia (hasta cierto punto) con los mismos, y esto ha sido positivo. Esto es un punto relevante a rescatar.

Ahora bien, en la última reforma de los Estados Unidos se han preservado o introducido demasiados tópicos en los programas escolares. Esto se revela no solo en los textos muy cargados sino en los contenidos curriculares. Esto también se ha reproducido en algunos países de América Latina (aunque las limitaciones económicas han cortado los textos, pero no por consideraciones pedagógicas o curriculares). El problema reside en que la gran cantidad de tópicos muchas veces impide que se aborden los temas con suficiente profundidad y sin necesidad de repetir los mismos cada año (en los Estados Unidos por

ejemplo los temas se mantienen en el currículo mucho tiempo más que en Francia, Alemania o Japón); y además, otro problema, insuficiente cohesión entre los tópicos que se tratan (se salta de un tema a otro sin conexiones). En nuestra opinión, los currículos deben estar plenamente enfocados. De esta forma, se establece la posibilidad de abordar aplicaciones más complejas con un contenido más elevado. De igual manera, los contenidos deben poseer un nivel profundo, repetimos: no se trata de tener muchos contenidos sino de avanzar en el nivel de los mismos. Por supuesto, el asunto central aquí gira en torno a cuáles son los contenidos que se debe enfocar.

Debe, por otra parte, valorarse positivamente la introducción de preocupaciones pedagógicas, psicológicas, culturales, que acompañan la Educación Matemática. Matemáticas y Educación Matemática poseen parámetros y objetivos diferentes, invocan profesionales distintos, y entender esto es importante.

Esta discusión provoca una pregunta: ¿cuál es para el sistema educativo a mejor corriente pedagógica a seguir en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas? Al analizar las pedagogías que privilegian algunos de los países que han logrado un mayor éxito en la formación de matemáticas a nivel escolar, como Francia, Japón u Holanda, debemos subrayar que no existe una convergencia en estrategias pedagógicas que estos sistemas educativos y países utilizan. Puesto de otra manera, varias opciones pedagógicas son posibles para obtener un buen resultado. Esto refuerza la opinión de que mucho del éxito que se tenga en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas depende no tanto de las estrategias pedagógicas abstractas sino de la convergencia de las mismas con un conjunto de profesores y maestros de calidad y de un enfoque en la misma lección que enfatiza los métodos y formas de razonamiento no simples ni mecánicas de las matemáticas. Entonces: un sistema educativo no puede casarse con una línea epistemológica o un conjunto de prescripciones pedagógicas. Es preferible adoptar una actitud de apertura. En el mismo sentido, empuja hacia ese tipo de conducta que la Educación Matemática es hoy una nueva disciplina en construcción y ebullición, con múltiples escuelas de pensamiento que compiten entre ellas, y donde se busca, precisamente, construir una dirección perspectiva.

## **Conclusiones**

La reforma planteada en los Estados Unidos sostenida esencialmente por el NCTM ha ofrecido un interesante conjunto de planteamientos pedagógicos y sociales, algunos de los cuales tienen validez solo en ese país, pero otros son de interés internacional. La Educación Matemática debe enfatizar la necesidad de objetivos y calidades claramente establecidas que orienten la práctica educativa de un país, convergencias de los instrumentos concurrentes como textos y programas, y la relevancia de estrategias para el desarrollo de lecciones conducentes a potenciar los conceptos y métodos y formas de razonamiento matemáticos abstractos a partir de recursos múltiples educativos.

Aunque existan buenos currículos, textos, infraestructura, todo depende de las calidades de los docentes. La existencia de maestros y profesores que dominan bien sus disciplinas es un requisito; lo que refiere a los procesos de formación y capacitación; y se debe insistir: dominio de matemáticas a la vez que didácticas y estrategias pedagógicas. Por un lado, hay que garantizar calidad profesional. Por eso, en varios países existen pruebas para incorporar a maestros o profesores a la enseñanza de las matemáticas. Puesto en otros términos, el *status* profesional del profesor de matemáticas

debe afirmarse en sus calidades tanto en la formación como en el ejercicio del mismo al igual que sucede con otras profesiones. Por otra parte, una de las debilidades que se afronta en varios sistemas educativos es el aislamiento individual de los profesores, y la ausencia o insuficiencia de actividades regulares de colaboración y coordinación docente. Se invocan acciones en varias dimensiones, entre ellas las gubernamentales: la buena educación es una responsabilidad central de la sociedad.

## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M. (2000). "Four Reactions to *Principles and Standards for School Mathematics*." *Notices of the AMS*, 47, 1072-1079.

Ferrini-Mundy, Joan (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: A Guide for Mathematicians*. *Notices of the American Mathematical Society*, Volume 47, Number 8.

Gaulin, Claude (2000). "Tendencias actuales de la resolución de problemas". Conferencia pronunciada el día 15/12/2000 en el Palacio Euskalduna (Bilbao, España).

National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education. (2000). *Pursuing Excellence: Comparisons of International Eighth-Grade Mathematics and Science Achievement from a U.S. Perspective, 1995 and 1999*. P. Gonzales, C. Calsyn, L. Jocelyn, K. Mak, D. Kastberg, S. Arafeh, T. Williams, and W. Tsen. NCES 2001-028. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Directions for school mathematics for the 1980s*. Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Ruiz, A. (2000). *El desafío de las matemáticas*. Heredia: EUNA.

Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José: EUNED.

Beaton, A.E., Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L., y Smith, T.A. (1998). *Mathematics Achievement in the Final Year of Secondary School: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*.